This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

UC-NRLF
$B 24 455

WISSEN UND KÖNNEN

SAMMLUNG VON EINZELSCHRIFTEN AUS REINER UND ANGEWANDTER WISSENSCHAFT HERAUSGEGEBEN VON PROF. DR. B. WEINSTEIN

PROF. DR. J. SCHEINER

SPEKTRALANALYTISCHE UND PHOTOMETRISCHE THEORIEN

LEIPZIG · VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH IN LEIPZIG

WISSEN UND KÖNNEN

Sammlur … gewandter

Dies … bestimmt
und soll … s Gesamt-
gebiet de … ısammen-
hängende … wird auf
gute und … ie Bücher
sollen so … wünscht,
wenn er … as seinem
Fachgebi …
Jede … eschlossen
und einz … nden aus-
gegeben. … be ist nur
durch di … kenntlich.

Band …

DIE E… 167 Seiten
…en M. 4.40.

„Münc… …t ein ähnlicher
Werk Ostwal… …lert. In diesem
neuesten Buch … Energie und des
Lebens, das W… …d das mit einer
Meisterschaft, … Buch zu lesen

Band …

DIE ÄI… TELE-
GR… . RICHARD
HENI… …en M. 4.—.

„Zeitschrift für Post und Telegraphie": Der Autor bietet in dem vorliegenden Werke eine Darstellung der Entwicklung der Telegraphie und Telephonie, deren Hauptwert darin liegt, daß hier das historische und kulturgeschichtliche Moment in den Vordergrund gestellt wird. So ist die Arbeit eine schätzenswerte Ergänzung der vorhandenen analogen Werke, die vornehmlich die technische Seite des Gegenstandes behandeln.

Band 3:

VOM LEBEN. Ein Blick in die Wunder des Werdens von MARGARET WARNER MORLEY. Deutsch von MARIE LANDMANN. Autorisierte Übersetzung mit Abbildungen von der Verfasserin und von Robert Forsyth. VI, 109 Seiten. Gebunden M. 3.60.

„Münchner Neueste Nachrichten": Das Buch ist mit echt weiblicher Begeisterung für die Wunder des Lebens geschrieben. Es ist eine gefällige, leichte, naturwissenschaftliche Plauderei in reizvollem, dichterischem Gewand. Allerliebste künstlerische kleine Illustrationen sind dem Text beigegeben. Ein Buch für die Jugend, aber auch für das Alter.

WISSEN UND KÖNNEN

SPEKTRALANALYTISCHE UND PHOTOMETRISCHE THEORIEN

VON

Dr. J. SCHEINER
PROFESSOR DER ASTROPHYSIK AN DER UNIVERSITÄT BERLIN
HAUPTOBSERVATOR AM ASTROPHYSIKALISCHEN OBSERVATORIUM
BEI POTSDAM

MIT 11 FIGUREN IM TEXT

UNIV. OF
CALIFORNIA

LEIPZIG
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH
1909

QC451
S37

UNIV. OF
CALIFORNIA

Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Vorwort.

Für alle diejenigen, welche sich mit den Ergebnissen der Astrophysik befreunden wollen, und für alle, die sich für das schwierige Gebiet der Strahlungslehre, im allgemeinsten Sinne aufgefaßt, interessieren, ohne darin selbständige Forscher zu sein, besteht das Bedürfnis, sich in bequemer Weise über den jetzigen Stand der theoretischen Grundlagen dieser physikalischen Spezialwissenschaft zu informieren. Die Originalabhandlungen sind teilweise nicht leicht zugänglich, und die ausführlichen Darlegungen in den umfangreichen Handbüchern erlauben ebenfalls nicht eine bequeme und schnelle Orientierung. In dem vorliegenden Werkchen habe ich nun die Absicht gehabt, die Lücke, die mir in der angegebenen Richtung vorhanden zu sein scheint, auszufüllen durch eine möglichst gedrängte Zusammenstellung der wichtigeren theoretischen Untersuchungen auf dem Gebiet der Spektralanalyse und der Photometrie, immer in besonderer Rücksichtnahme auf die Anwendung am gestirnten Himmel.

Die theoretischen Erörterungen sind naturgemäß wesentlich mathematischer Art, und deren hier gegebene Darstellung darf der Übersichtlichkeit halber nicht eine ausführliche sein. Unter Fortlassung der Zwischenentwicklungen kann nur eine Darlegung in größeren Schritten gegeben werden nach Art kurzer Referate. Die Hinweisung auf die Originalpublikation und auf die betreffenden Handbücher ermöglicht es, in jedem einzelnen Falle zu der ausführlicheren Darstellung zu gelangen, und um diesen Übergang zu erleichtern, sind stets die Originalbezeichnungen beibehalten worden, so daß also eine homogene Bezeichnungsweise absichtlich unterlassen ist.

Die Zusammenstellung zerfällt in zwei Teile, die spektralanalytischen und die photometrischen Theorien. Letztere sind nur wenig zahlreich, so daß der zweite Teil dem ersten gegenüber unverhältnismäßig kurz ausfallen mußte.

Ich hoffe, daß das Buch allen denjenigen nicht Spezialfachmännern, die sich für die neuere Strahlungslehre interessieren, von Nutzen sein möge.

Potsdam, Juli 1909 J. Scheiner.
Königl. Observatorium.

247591

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort.

I. Abschnitt. Spektralanalytische Theorien 1
I. Kapitel. Die Strahlung. Der Kirchhoffsche Satz 1
II. Kapitel. Die Kirchhoffsche Funktion 36
III. Kapitel. Das Emissionsvermögen der Gase 45
IV. Kapitel. Die Verschiebung und Verbreiterung der Spektrallinien 64
V. Kapitel. Gesetzmäßigkeiten in der Zahl der Linien 94
VI. Kapitel. Gesetzmäßigkeiten in der Linienverteilung 106
II. Abschnitt. Photometrische Theorien 136
I. Kapitel. Allgemeine Theorien 136
II. Kapitel. Speziellere Theorien 166

UNIV. OF CALIFORNIA

I. Abschnitt.

Spektralanalytische Theorien.

I. KAPITEL.

Die Strahlung. Der Kirchhoffsche Satz.

Die Verbindung zwischen den realen Vorgängen im Weltraum und unseren Apparaten und Sinnen ist, abgesehen von der Gravitation, gegeben durch die Strahlung, d. h. durch die Energieabgabe in den Raum hinein. Die Untersuchung dieser Strahlung in bezug auf ihre Zusammensetzung und ihre Intensität ist der Gegenstand der Spektralanalyse und der Photometrie, beides im weitesten Sinne genommen, insofern alle Strahlungsarten und nicht bloß die Lichtstrahlung in Betracht kommen.

Da das Wesen der Strahlung, wie dasjenige aller übrigen Energieäußerungen unbekannt ist und bleiben wird, so muß eine Hypothese zugrunde gelegt werden. Das Endziel aller physikalischen Forschung besteht darin, einen möglichst großen Komplex von Erscheinungen und experimentellen Ergebnissen durch ein einziges, möglichst einfaches, in mathematischer Form ausdrückbares Grundprinzip darzustellen. Um in dieser Weise die Strahlungserscheinungen zusammenzufassen, genügt nach bisheriger Erfahrung, die hauptsächlich auf dem am genauesten durchforschten Gebiete der Lichtstrahlung gewonnen ist, die Anschauung, daß die Energieübertragung durch Strahlung nicht durch einen kontinuierlichen Strom erfolgt, sondern durch einen sehr schnell verlaufenden periodisch wechselnden Zustand, der sich mit großer, aber endlicher Geschwindigkeit im homogenen Raum

kugelförmig ausbreitet. Diese Anschauung bedingt, daß in der Fortpflanzungsrichtung in gleichen Intervallen stets derselbe Schwingungszustand oder dieselbe Phase wiederkehrt. Das Intervall zwischen diesen gleichen Phasen wird Wellenlänge genannt und diejenige Fläche, welche die Punkte gleicher Phase der gleichen Wellennummer miteinander verbindet, Wellenfläche. Jedes Element der Wellenfläche steht senkrecht auf der Fortpflanzungsrichtung an dieser Stelle des Raumes, und die Fortpflanzungsrichtung selbst nennt man auch Strahl. In einem Punkt des Raumes findet daher ein sehr schneller Wechsel im Betrage der Energie statt, und Untersuchungen, die hierauf einzugehen haben, wie bei der Diffraktion und Interferenz, bedürfen wieder gewisser Voraussetzungen über die Art des Phasenwechsels oder die Form der Welle. Für unsere Zwecke sind derartige Betrachtungen nicht notwendig, und es genügt vollständig, nur einen mittleren Strahlungszustand zugrunde zu legen[1]). Es muß daher die Einheit der Zeit bei unseren Strahlungsbetrachtungen als groß gegenüber der Schwingungsperiode angenommen werden, so daß selbst im Zeitdifferential noch sehr viele Schwingungszeiten auftreten. Entsprechend muß auch die Längeneinheit als groß gegenüber der Wellenlänge genommen werden, um die Wirkungen der Diffraktion vernachlässigen zu können, wie schon oben angegeben.

Bei der außerordentlich kurzen Dauer der Schwingungsperioden und der geringen linearen Größe der hauptsächlich in Frage kommenden Wellen sind beide Bedingungen ohne weiteres zu erfüllen. Da Strahlung nur von materiellen Körpern aus-

[1]) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig 1906. S. 2.

In diesem Werke wird die Theorie der Wärmestrahlung bis zur Ableitung des Kirchhoffschen Satzes und der Kirchhoffschen Funktion auf Grundlage der Thermodynamik in einheitlicher Weise durchgeführt. Es wird an vielen Stellen auf dieses grundlegende Werk zurückgegriffen werden müssen, leider ohne daß es möglich wäre, dem Gedankengange zusammenhängend zu folgen; es würde das nicht viel anderes als ein etwas gekürzter Abdruck des ganzen Buches werden. Das Studium dieses klassischen Werkes ist jedem, der sich für den betreffenden Gegenstand interessiert, auf das lebhafteste zu empfehlen.

gehen kann, so hat man sich, wenn der Kürze halber von einem Punkt die Rede ist, von welchem Strahlung ausgeht, hierbei nicht einen mathematischen Punkt, sondern ein kleines materielles Teilchen vorzustellen; ebenso kann natürlich ein unendlich dünner Strahl keine Energie mit sich führen, sondern unter Strahl hat man sich einen von einem kleinen materiellen Teilchen ausgehenden Elementarkegel vorzustellen. Wenn wir dies berücksichtigen, so können die aus der Optik entnommenen kurzen geometrischen Bezeichnungsweisen beibehalten werden.

Als Axiom, also als weitere, nicht beweisbare Hypothese ist nun festzusetzen, daß sich jede Strahlung, gleichgültig, wie groß die Vibrationsgeschwindigkeit ist, im leeren Raum mit der Lichtgeschwindigkeit — nahe 300 000 km in der Sekunde — fortpflanzt.

In einem mehr oder weniger mit Materie erfüllten Raum ist dies dagegen nicht der Fall. Hier tritt stets eine Verlangsamung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ein, und zwar eine verschieden starke, je nach der Vibrationsgeschwindigkeit, worauf die Theorie der Lichtbrechung und Lichtdispersion beruht. Die Vibrationsgeschwindigkeit ist dabei ursprünglich gegeben und unveränderlich; bleibt dieselbe also konstant bei geänderter Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so muß sich die Wellenlänge ändern. Es ist daher logischer, bei allen Betrachtungen über Strahlungsvorgänge nicht die Wellenlänge, sondern die Vibrationszahl als Argument oder Index zu verwenden; in vielen Fällen ist aber die Wellenlängenangabe anschaulicher und bequemer, so daß auch sie weitergeführt werden kann, sofern die stillschweigende Voraussetzung gemacht wird, daß die Strahlung im leeren Raum erfolgt, oder daß bei der Betrachtung kein Übergang von dem einen Medium in ein anderes stattfindet. Bei den meisten optischen Apparaten hat die Strahlung mehr oder weniger dichte Medien, wie Luft, Glas, zu passieren; hierbei erleidet die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine im allgemeinen um so stärkere Verzögerung, je größer die Vibrationsgeschwindigkeit ist; setzt nun eine Strahlung plötzlich ein, so werden die roten Strahlen also eher ins

Auge gelangen als die violetten. Bei der geringen Wegstrecke der Strahlen in diesen Medien ist aber, wie die Rechnung leicht ergibt, die Verzögerung so gering, daß sie niemals zur Wahrnehmung gelangen kann.

Zwei in sich homogene Strahlungen können sich voneinander nur nach zwei Richtungen hin unterscheiden: durch die Wellenlänge und die Intensität; andere spezifische Unterschiede existieren nicht, und die veralteten Bezeichnungen, als Wärmestrahlung, Lichtstrahlung usw., können nur weiter benutzt werden unter der ausdrücklichen Hinweisung, daß hierdurch nur eine Charakterisierung in der hauptsächlichen Wirkung der Strahlungen beim Auftreffen auf bestimmte Substanzen oder lebende Organe gegeben werden soll. Im leeren Raum wird die Strahlungsenergie ohne Verlust weitergeführt, d. h. bei einer von einem Punkt ausgehenden Strahlung ist die Energiemenge, welche in einem bestimmten Elementarkegel ausgeht, auf jeder Querschnittsfläche konstant dieselbe, gleichgültig, in welcher Entfernung vom strahlenden Punkt diese Fläche angenommen wird. Trifft aber diese Strahlung auf ponderable Materie, so wird sie als solche geschwächt oder gänzlich aufgehoben, indem ein Teil reflektiert oder zerstreut, ein anderer Teil in die verschiedensten anderen Energieformen umgesetzt wird. Eine für alle Strahlungsarten ohne Ausnahme mögliche Form der Umsetzung ist diejenige in Wärme, so daß der Ausdruck Wärmestrahlung für alle Strahlungsarten paßt. Die Lichtstrahlen, d. h. diejenigen Strahlen, welche im Auge lichterzeugend wirken, beschränken sich auf das Gebiet der Wellenlängen von $0{,}8\,\mu$ bis $0{,}4\,\mu$ ($1\,\mu$ = ein Mikron = 0,001 mm). Die chemisch wirksamsten Strahlen umfassen den Komplex von etwa $0{,}6\,\mu$ bis zu den kleinsten bisher zur Wahrnehmung gebrachten Wellenlängen, etwa $0{,}2\,\mu$; Strahlungen größerer Wellen als etwa 1000 μ bringen beim Auftreffen auf elektrische Leiter elektrische Erscheinungen hervor; sie werden daher als elektrodynamische Strahlen bezeichnet (gebräuchlicher ist elektrodynamische Wellen). Um die angegebenen Grenzen der Wellenlängen in diejenigen der Vibrationszahlen umsetzen

zu können, sei daran erinnert, daß der Wellenlänge von 1 μ eine Vibrationsdauer von $\frac{1}{3 \cdot 10^{14}}$ Sekunde entspricht.

Wenn wir nunmehr zum Ursprung der Strahlung übergehen, so müssen wir gleich eine scharfe Grenze ziehen. Wir wollen hier nur Strahlungen betrachten, welche vermöge der den Körpern innewohnenden Wärme ausgehen, alle übrigen also ausschließen; phosphoreszierende, fluoreszierende Körper, mit elektrischer Spannung behaftete Elektroden und radioaktive Substanzen sollen in diesem Buche gänzlich ausgeschieden sein.

Jeder Körper, dessen Temperatur oberhalb des absoluten Nullpunktes liegt, der also eine merkliche Menge an Energie in Form der Wärme enthält, sendet Strahlungen aus. Die Art und die Intensität der Strahlung hängt allein von zwei Faktoren ab: der Temperatur und dem Emissionsvermögen. Es ist allgemein die Strahlung $S = f(T, E)$, wo T stets die absolute Temperatur des strahlenden Körpers in Celsiusgraden, E das Emissionsvermögen beliebiger Körper bedeuten soll. Das Emissionsvermögen ist aber im allgemeinen eine äußerst komplizierte Funktion, die ihrerseits wieder von T und der Wellenlänge λ, dann aber auch von der chemischen und physikalischen Oberflächenbeschaffenheit der Körper abhängt. Nur in einem einzigen, idealen Falle nimmt E eine verhältnismäßig einfache, theoretisch ableitbare Form an, die eine Naturkonstante enthält. Der Vorgang der Emission ist jedenfalls ein sehr komplizierter (siehe Planck, l. c. pag. 5), da nicht die Oberflächen im eigentlichen Sinne, sondern die dicht unter denselben befindlichen Volumenelemente emittieren. Die Vorgänge spielen sich häufig auf so kleinen Strecken ab, daß die Substanz nicht mehr als homogen betrachtet werden kann, sondern ihre atomistische Struktur berücksichtigt werden müßte; es ist aber vorläufig nicht notwendig, auf diesen Punkt näher einzugehen.

Die momentane Eigenstrahlung eines Körpers hängt, wie wir gesehen haben, allein von seiner Temperatur und seinem Emissionsvermögen ab, nicht aber etwa von der ihn treffenden

Strahlung anderer Körper. Ein Körper a strahlt also, wenn er allein vorhanden ist, genau so aus, als wenn noch andere Körper b, c, . . . vorhanden wären, und für jeden derselben gilt ebenfalls wieder dasselbe. Auf längere Zeit hin besteht aber insofern eine Abhängigkeit der Strahlungen der verschiedenen Körper untereinander, als z. B. der Körper a durch die Strahlung von b erwärmt werden kann und alsdann durch die gewonnene Temperaturerhöhung stärker ausstrahlt.

Die gegenseitigen Beziehungen zwischen strahlenden Körpern regeln sich allein nach dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, nach welchem eine Temperaturerhöhung eines Körpers durch Wärmeleitung oder -strahlung nur durch einen anderen Körper erfolgen kann, dessen Temperatur höher ist. Es ist notwendig, darauf hinzuweisen, daß es hierbei nur auf die Temperatur ankommt und nicht etwa auf die Wärmemenge oder auf die spezifische Wärme der verschiedenen Substanzen. Wenn ein Körper strahlt, so sendet er Energie aus auf Kosten seiner eigenen, in Form von Wärme vorhandenen Energie; die Temperatur des Körpers muß also heruntergehen: jeder sich selbst überlassene, ursprünglich heiße Körper im Weltraum kühlt sich allmählich ab. Die Geschwindigkeit, mit welcher er sich abkühlt, hängt allein von seinem Emissionsvermögen und seiner Temperatur ab. Sind noch andere strahlende Körper vorhanden, die ihm ihre Energie mitteilen, so wird hierdurch die Geschwindigkeit der Abkühlung vermindert, sie kann sogar ihr Vorzeichen wechseln und in Temperaturzunahme übergehen. Sind in einem abgeschlossenen System Körper beliebigen Emissionsvermögens und beliebiger Temperaturen vertreten, so kann nach dem zweiten Hauptsatz eine Temperaturerhöhung des einen Körpers a durch die Körper b oder c nur so lange stattfinden, als diese Körper eine höhere Temperatur als a besitzen, und das gleiche gilt für das Verhalten der anderen Körper untereinander. Das Endresultat der gegenseitigen Bestrahlungen kann also nur darin bestehen, daß alle Körper die gleiche Temperatur annehmen, deren Höhe tiefer als diejenige der ursprünglich heißesten Körper und höher als die

der ursprünglich kältesten Körper sein muß. Dieser Endzustand ist derjenige des Temperaturgleichgewichts; er ist bekanntlich dadurch charakterisiert, daß alsdann der Wert der gesamten Entropie des Systems ein Maximum erreicht hat. Die übrigen physikalischen Eigenschaften der strahlenden Körper, wie Leitungsvermögen, spez. Wärme, spielen nur dann eine Rolle, wenn es darauf ankommt, die Zeit zu berechnen, innerhalb welcher bestimmte thermische Zustände eintreten.

Eine Umgehung der Aussage des zweiten Hauptsatzes läßt sich durch keine optische Vorrichtung ermöglichen. So kann im sogenannten Brennpunkt einer Linse oder eines Spiegels durch die Vereinigung der Sonnenstrahlen niemals eine höhere Temperatur erzeugt werden als diejenige der Sonne selbst, da, auch abgesehen von allen optischen Unvollkommenheiten, die Strahlen nicht in einem mathematischen Punkt vereinigt werden, sondern in einem Scheibchen, dem Sonnenbild. Je kleiner das Verhältnis von Öffnung der Linse zur Brennweite derselben wird, um so stärker ist die Verdichtung des Strahlenbündels, aber erst bei unendlich kleiner Brennweite würde die Brennpunktstemperatur gleich der Sonnentemperatur werden können.

Der Vorgang der Strahlungsaufnahme durch einen Körper wird Absorption genannt. Auch dieser Vorgang ist von der gleichen Komplikation wie der der Emission; auch er ist abhängig von der absoluten Temperatur T und dem Absorptionsvermögen A; wobei A wieder eine komplizierte Funktion von T und dem chemischen und physikalischen Zustand der Körper ist. E und A stehen in einem innigen Zusammenhange miteinander, und es ist das Verdienst Kirchhoffs[1]), diesen Zusammenhang erkannt zu haben, sowie gleichzeitig die Bedeutung desselben für die Spektralanalyse, die als exakte Wissenschaft erst hierdurch begründet wurde.

---

[1]) G. Kirchhoff, Über das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht. Aus: Untersuchungen über das Sonnenspektrum und die Spektren der Elemente. 2. Ausgabe. Berlin 1862.

Der Kirchhoffsche Satz ist von sehr allgemeiner Gültigkeit; denn er besteht für alle Körper unter der bereits oben gemachten Einschränkung; er ist stets anwendbar, sobald das Emissionsvermögen als Funktion der Temperatur aufzufassen ist, d. h. solange es sich um reine Temperaturstrahlung handelt. Daß infolge der Temperaturerhöhungen keine Änderungen der chemischen oder physikalischen Beschaffenheit der zu betrachtenden Körper vorkommen dürfen, ist selbstverständlich. Treten derartige Änderungen auf, so hat man von da an den Körper als einen anderen aufzufassen, in ähnlicher Weise, wie man dies in bezug auf gewisse physikalische oder chemische Eigenschaften auch bei den allotropen Modifikationen eines Elements zu tun berechtigt und gezwungen ist. Es ändert dies nichts an der Allgemeinheit des Satzes, der folgendermaßen von Kirchhoff formuliert ist: Das Verhältnis zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen ist für alle Körper bei derselben Temperatur dasselbe. Der von Kirchhoff geführte Beweis dieses höchst allgemeinen Satzes gilt als ein klassisches Beispiel der Anwendung der Mathematik auf physikalische Probleme. Auch zeichnet er sich durch strenge Kürze aus, so daß es schwer hält, ihn in noch kürzerer Form hier zu reproduzieren.

Außer den hier schon vorgesetzten Einschränkungen und Definitionen sind nach Kirchhoff noch einige weitere Definitionen vorzuschicken. Unter einem absolut schwarzen, oder kurz gesagt, schwarzen Körper hat man sich einen solchen vorzustellen, der auch bei unendlich geringer Dicke alle auf ihn fallende Strahlung vollständig absorbiert, d. h. die Strahlungsenergie in Körperwärme umsetzt. Es schließt das die Bedingung ein, daß der schwarze Körper dasselbe Brechungsvermögen besitzen muß wie das Medium, in welchem die Strahlung vor sich geht, denn sonst würden Oberflächenreflexionen eintreten. Im leeren Raume muß also ein schwarzer Körper das Brechungsverhältnis 1 haben. Die von Kirchhoff eingeführte Bedingung, daß der schwarze Körper bereits in unendlich dünner Schicht die ganze Strahlung absorbiert,

schließt in sich ein, daß auch keine Strahlung den Körper durchdringen und alsdann wieder austreten kann.

Da man aber annehmen muß, daß die Strahlung bei jedem Körper in eine gewisse, wenn auch noch so geringe Tiefe eindringt, so definiert Planck (l. c. pag. 11) den schwarzen Körper etwas anders. Damit ein Körper schwarz ist, müssen nämlich drei voneinander unabhängige Bedingungen erfüllt sein. 1. Die Oberfläche muß schwarz sein, damit keine Reflexion stattfindet, also auch hier ist die Bedingung der absoluten Schwärze abhängig von dem Medium, in welchem der Körper strahlt. 2. Der Körper muß eine gewisse minimale Dicke besitzen, damit tatsächlich alles absorbiert wird und die eindringende Strahlung nicht wieder heraustreten kann. 3. Eine Zerstreuung der Strahlung — wie etwa in trüben Medien — darf nicht stattfinden, weil sonst Teile der zerstreuten Strahlung austreten würden.

Schwarze Körper kommen in der Natur nicht vor. Am nächsten kommt dem idealen Schwarz der Ruß, bei dem nur etwa 2% der Strahlung reflektiert werden. Man kann aber auf künstlichem Wege Körper darstellen, welche mit beliebiger Annäherung „schwarze" Strahlung aussenden, worauf wir noch näher zurückkommen werden.

Neben den absolut schwarzen Körpern sind auch absolute Spiegel vorstellbar, wenn auch ebenfalls nicht in Wirklichkeit existierend, Spiegel, welche nichts absorbieren, sondern alles reflektieren. Dieser idealen Forderung kommt hoch poliertes Silber am nächsten, bei welchem aber immerhin noch bis zu 5% der Strahlung absorbiert werden. Endlich sind absolut diathermane Körper denkbar, welche alle Strahlung ohne Reflexion und ohne Absorption, also auch ohne Brechung hindurchlassen. Absolute Spiegel und absolut diathermane Körper können aber auch selbst keine Strahlung emittieren, weil sonst ein Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie einträte. Schließt man nämlich einen solchen Körper in eine undurchlässige Hülle von der gleichen Temperatur ein, so würde ein solcher Körper Strahlung aussenden, ohne welche aufzunehmen, seine Temperatur müßte also unterhalb derjenigen der Hülle sinken.

Zur Erleichterung des Verständnisses sind noch einige spezielle Definitionen anzuführen (Abb. 1). Vor einem Körper C denke man sich zwei Schirme S_1 und S_2 aufgestellt, in welchen sich die Öffnungen 1 und 2 befinden, deren Dimensionen unendlich klein gegenüber dem Abstand der Schirme sind, und von denen jede einen Mittelpunkt hat. Von dem von C ausgehenden, die beiden Öffnungen passierenden Strahlenbündel betrachte man den Teil, dessen Wellenlängen zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegen, und zerlege denselben in zwei polarisierte Komponenten, deren Polarisationsebenen die aufeinander senkrechten, durch die Achse des Strahlenbündels gehenden Ebenen a und b sind. $E\,d\lambda$ sei die Intensität der nach a polarisierten Komponente, wobei E das Emissionsvermögen des Körpers C ist. Entsprechend sei auch die auf C auffallende Strahlung definiert, und das Verhältnis der absorbierten Strahlung zu der ganzen auffallenden, oder also das Absorptionsvermögen werde mit A bezeichnet. E und A hängen also nicht nur von der Natur und dem Zustand des Körpers C ab, sondern auch von der Lage und Gestalt der Öffnungen 1 und 2, von der Wellenlänge und von der Richtung der Ebene a. Beim schwarzen Körper ist A unveränderlich gleich 1.

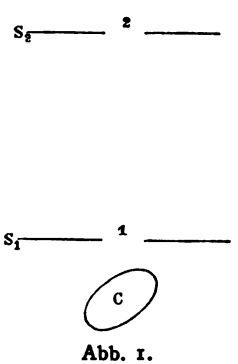


Abb. 1.

Die Gültigkeit des Kirchhoffschen Satzes läßt sich am einfachsten für einen schwarzen Körper beweisen. Derselbe sei eingeschlossen in einer für Strahlung undurchlässigen schwarzen Hülle (Abb. 2), welche bei 2 eine Öffnung enthält, die aber vorläufig ebenfalls noch durch eine schwarze Fläche geschlossen sein soll. Dieses ganze System inklusive der inneren Schirme soll die gleiche Temperatur besitzen, so daß in dem System thermisches Gleichgewicht vorhanden ist. Das kann aber nur der Fall sein, wenn die Strahlungsenergie, welche der schwarze Körper C nach der Hülle aussendet, gleich ist der Strahlungsenergie, welche er von letzterer erhält. Man ent-

ferne nun die Fläche 2 und ersetze sie durch ein Stück einer vollkommen spiegelnden Kugelfläche, die ihren Mittelpunkt in der Schirmöffnung 1 hat. Es kann hierdurch im thermischen Gleichgewicht nichts geändert werden. Durch die Entfernung der Fläche 2 ist dem Körper C diejenige Strahlung entzogen worden, die sie durch die Öffnung 1 auf ihn gesendet hat; dafür wirft der Hohlspiegel jetzt gerade diejenige Strahlung zu dem Körper C zurück, die dieser selbst durch die Öffnungen 1 und 2 hindurchsendet; denn der Hohlspiegel entwirft von der Öffnung 1 ein Bild, welches mit ihr selbst zusammenfällt. Also ist die Intensität des Strahlenbündels, welches C durch die beiden Öffnungen aussendet, gleich der Intensität des Strahlenbündels, welches die schwarze Fläche 2 aussendet, und so kann ein schwarzer Körper durch einen anderen ersetzt werden. Das ist aber erst bewiesen für die Gesamtintensität. Daß auch die verschiedenen Teile der Strahlung identisch sind, muß noch bewiesen werden, weil nicht alle Strahlen von der bestimmten Wellenlänge λ und gleichzeitig nach derselben Ebene a polarisiert sind. Um den vollständigen Beweis zu führen, stelle man sich eine Platte vor, welche die Eigenschaft hat, von Strahlen, die sie in derselben Richtung treffen, verschieden viel hindurchzulassen und zu reflektieren, je nach Wellenlänge und Polarisationsrichtung. Derartige Platten sind herstellbar; sie brauchen nur so dünn zu sein, daß sie die Farben dünner Blättchen zeigen, und müssen gegen das Strahlenbündel schief stehen. Eine solche Platte befinde sich bei P (Abb. 3). Sie sei so gerichtet, daß das durch 1 und 2 tretende Strahlenbündel sie unter dem Polarisationswinkel trifft und die Einfallsebene die Ebene a ist. Die Wand, welche die Schirme S_1 und S_2 miteinander verbindet, sei so gestaltet, daß das Spiegelbild, welches die Platte P von der Öffnung 1 entwirft, in ihr liegt; an dem Orte und von der Gestalt dieses Spiegelbildes denke man sich eine Öffnung (3), welche sowohl durch eine schwarze Fläche 3 als auch durch

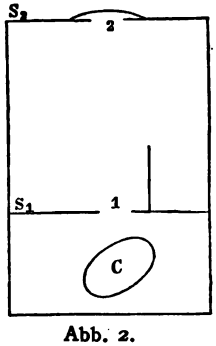


Abb. 2.

einen vollkommenen Hohlspiegel verschlossen werden kann, der seinen Mittelpunkt an dem Ort des Spiegelbildes hat, welches die Platte P von dem Mittelpunkt der Öffnung 1 entwirft. In beiden Fällen findet thermisches Gleichgewicht statt, also ist die Summe der Intensitäten der Strahlungen, die dem Körper C durch Entfernung der Fläche 3 entzogen wird, gleich der Summe der Strahlungsintensitäten, die ihm durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden. Man denke sich nun den schwarzen Schirm S_3 so aufgestellt, daß direkt kein Strahl von 3 ausgehend die Öffnung 1 treffen kann. Die Gesamtstrahlung, welche den Körper C trifft, setzt sich dann aus drei Teilen zusammen. Der erste Teil, mit Q bezeichnet, ist die Intensität der Strahlen, die, von der Fläche 3 ausgehend, von der Platte P reflektiert durch die Öffnung 1 treten. Der zweite Teil setzt sich aus zwei Arten zusammen, von denen die eine herrührt vom Körper C, ihr Betrag ist $= \int_0^\infty d\lambda\, e\, r^2$, wo mit e speziell das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers bezeichnet ist — zum Unterschied gegen E, als Emissionsvermögen eines beliebigen Körpers —, r ist eine von λ und der Beschaffenheit von P abhängige Größe. Die andere Art rührt von Strahlen her, welche von einem Teil der schwarzen Wand ausgegangen sind, die die Schirme S_1 und S_2 verbindet, die Platte P durchdrungen haben, von dem Hohlspiegel und dann von der Platte P reflektiert sind; dieser Teil werde durch R bezeichnet. Es ist unnötig, den Wert von R näher zu untersuchen; es genügt zu bemerken, daß sowohl R als Q von der Beschaffenheit des Körpers C unabhängig sind. Zwischen den drei Strahlungen besteht nun die Gleichung

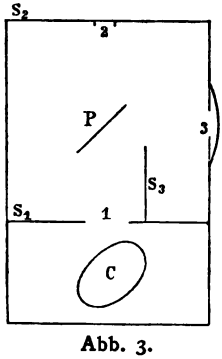


Abb. 3.

$$Q = \int_0^\infty d\lambda\, e\, r^2 + R\,.$$

Ersetzt man C durch einen anderen Körper, und bezeichnet

man für diesen mit e', was man für jenen mit e bezeichnet hat, so gilt die Gleichung:

$$Q = \int_0^\infty d\lambda\, e' r^2 + R,$$

hieraus folgt:

$$\int_0^\infty d\lambda\, (e - e') r^2 = 0.$$

Man nehme nun an, daß das Brechungsverhältnis der Platte P nur wenig von 1 verschieden ist. Es folgt dann aus der Theorie der Farben dünner Plättchen, daß

$$r = \varrho \sin^2 \frac{p}{\lambda}$$

gesetzt werden kann, wo p eine mit der Dicke der Platte P proportionale, von λ unabhängige, ϱ eine von dieser Dicke unabhängige Größe bedeutet. Hieraus resultiert:

$$\int_0^\infty d\lambda\, (e - e') \varrho^2 \sin^4 \frac{p}{\lambda} = 0.$$

Daraus, daß diese Gleichung für jede Dicke der Platte P, also für jeden Wert von p bestehen muß, läßt sich schließen, daß für jeden Wert von λ die Differenz $e - e' = 0$, d. h. das Emissionsvermögen aller schwarzen Körper dasselbe ist; es kann ein schwarzer Körper beliebig durch einen anderen schwarzen Körper vertauscht werden. Dieses Emissionsvermögen selbst wird stets mit e bezeichnet werden; es ist aber nicht allein abhängig von Temperatur und Wellenlänge, sondern von der Gestalt und relativen Lage der Öffnungen 1 und 2. Bezeichnet man mit w_1 und w_2 die Projektionen dieser Öffnungen auf Ebenen, die senkrecht zur Achse des betrachteten Strahlenbündels stehen, und nennt s die Entfernung der Öffnungen, so ist

$$e = J \frac{w_1 w_2}{s^2}.$$

J ist hierin also nunmehr allein eine Funktion von Wellenlänge und Temperatur, sie ist die Kirchhoffsche Funktion, sie

stellt das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers dar, frei von den experimentellen Anordnungen.

Aus dem bisher Bewiesenen ist es klar, daß statt des Schirmes mit der Öffnung 1 eine schwarze Fläche substituiert werden kann, welche die Öffnung 1 gerade ausfüllt, entsprechend für 2. Ebenso können auch 1 und 2 miteinander vertauscht werden, ohne daß irgend etwas geändert wird.

Der Beweis des Kirchhoffschen Satzes für beliebige Körper gestaltet sich ähnlich wie für schwarze, aber wesentlich komplizierter; es wird jedoch möglich sein, im Hinblick auf den Beweis für den schwarzen Körper, die Darstellung etwas zu kürzen. Der beliebige strahlende Körper braucht nicht homogen zu sein; teils an seiner Oberfläche, teils im Innern werden daher die Strahlen, die von der schwarzen Hülle auf ihn fallen, die mannigfaltigsten Modifikationen erleiden können. Aus diesem Grunde muß als Vorbereitung zu dem zu führenden Beweise eine Untersuchung der Strahlung, die zwischen schwarzen Flächen gleicher Temperatur durch beliebige Körper hindurch stattfindet, vorgenommen werden. Befinden sich zwischen den beiden schwarzen Flächen 1 und 2 derartige beliebige Körper, so können mehrere Strahlenbündel von 1 nach 2 gelangen. Von diesen nehme man eines heraus (in der bereits bekannten Weise) und zerlege dasselbe nach den aufeinander senkrechten Polarisationsebenen a_1 und b_1. Was von der ersten Komponente in 2 ankommt, zerlege man auf die zwei zu einander senkrechten (sonst beliebigen) Ebenen a_2 und b_2. Die Intensität der nach a_2 polarisierten Komponente sei $K d\lambda$. Für das umgekehrt laufende Strahlenbündel von 2 nach 1 verfahre man entsprechend und nenne den nach a_1 polarisierten Anteil $K' d\lambda$. Dann ist zu beweisen, daß $K = K'$ ist.

Dieser Beweis wird zunächst unter der einschränkenden Annahme geführt, daß die betrachteten Strahlen auf ihrem Wege keine Schwächung erleiden, daß also alle Brechungen und Reflexionen ohne Verlust geschehen, keine Absorption stattfindet, und daß die aus 1 nach a_1 polarisiert austretenden Strahlen in 2 nach a_2 polarisiert ankommen und umgekehrt.

Es werden dann in 1 und 2 zwei Koordinatensysteme angenommen, deren Mittelpunkte in den Achsen der Strahlenbündel liegen, die x, y-Ebenen senkrecht zu letzteren. Die Koordinaten beliebiger Punkte sind bezeichnet durch x_1, y_1 resp. x_2, y_2. In der Einheit der Entfernung denke man sich je ein Koordinatensystem mit parallelen Achsen, die Koordinaten seien bezeichnet durch x_3, y_3 und x_4, y_4. Bei einem von (x_1, y_1) nach (x_2, y_2) gehenden Strahl sei die Zeit, die er hierzu gebraucht, T, sie ist als eine bekannte Funktion von x_1, y_1 und x_2, y_2 zu betrachten. Sollen nun die Punkte (x_3, y_3) und (x_4, y_4) auf dem Wege des Strahles liegen, so ist die Zeit, die der Strahl von (x_3, y_3) nach (x_4, y_4) braucht, gleich

$$T - \sqrt{1 + (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} - \sqrt{1 + (x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2}.$$

Sind die Punkte (x_3, y_3), (x_4, y_4) als gegeben zu betrachten, so findet man die Punkte (x_1, y_1), (x_2, y_2) aus der Bedingung, daß die Wegzeit ein Minimum wird, also der obige Ausdruck ein Minimum. Sind die betrachteten Koordinaten unendlich klein, so ist also die Bedingung dafür, daß die vier Punkte auf einem Strahl liegen, durch die folgenden vier Gleichungen bestimmt:

$$x_3 = x_1 - \frac{\partial T}{\partial x_1} \qquad x_4 = x_2 - \frac{\partial T}{\partial x_2}$$

$$y_3 = y_1 - \frac{\partial T}{\partial y_1} \qquad y_4 = y_2 - \frac{\partial T}{\partial y_2}.$$

Führt man nun Flächenelemente ein, welche in den Projektionen der Flächen 1 und 2 auf die Ebenen der x_1, y_1 resp. x_2, y_2 liegen, so ist die Intensität der Strahlen, die von dem Flächenelement dx_1, dy_1 ausgehend, durch das Flächenelement dx_3, dy_3 treten, zu berechnen nach dem für e gefundenen Ausdruck:

$$e = J \frac{w_1 w_2}{s^2},$$

also gleich $d\lambda\, J\, dx_1\, dy_1\, dx_3\, dy_3$. Diese Strahlenmenge gelangt ungeschwächt nach der Fläche 2 und bildet ein Element der

Größe $K\,d\lambda$; es ist also K das gehörig begrenzte Integral:

$$J\iiiint dx_1\, dy_1\, dx_2\, dy_2 .$$

Es wird schließlich:

$$K = J\iiiint \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_1\, \partial x_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial y_1\, \partial y_2} - \frac{\partial^2 T}{\partial x_1\, \partial y_2}\,\frac{\partial^2 T}{\partial x_2\, \partial y_1}\right) dx_1\, dy_1\, dx_2\, dy_2 ,$$

wo dann die Integration über die Projektionen der Flächen 1 und 2 zu nehmen ist.

Behandelt man auf dieselbe Weise die mit K′ bezeichnete Größe und benutzt dabei, daß ein Strahl dieselbe Zeit gebraucht, um den Weg zwischen zwei Punkten in dem einen oder dem anderen Sinne zurückzulegen, so findet man für K′ denselben Ausdruck wie für K.

Die Einschränkung in betreff des Lichtverlustes wird behoben durch einen von Helmholtz aufgestellten Satz. „Ein Lichtstrahl gelange nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen usw. von dem Punkte 1 nach dem Punkte 2. In 1 lege man durch seine Richtung zwei beliebige, aufeinander senkrechte Ebenen a_1 und b_1, nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei ebensolche Ebenen a_2 und b_2 werden durch den Strahl in 2 gelegt. Alsdann läßt sich folgendes beweisen: Wenn die Quantität i nach der Ebene a_1 polarisierten Lichtes von 1 in der Richtung des besprochenen Strahles ausgeht und dann die Quantität k nach der Ebene a_2 polarisierten Lichtes in 2 ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität i nach a_2 polarisierten Lichtes von 2 ausgeht, dieselbe Quantität k nach a_2 polarisierten Lichtes in 1 ankommen."

Führt man nun unter Benutzung dieses Satzes das Verhältnis $\frac{k}{i} = \gamma$ in die vorstehenden Betrachtungen ein, so unterscheidet sich der neue Ausdruck für K und für K′ nur noch durch den Faktor γ unter dem Integralzeichen. Die Gleichheit von K und K′ ist daher eine ganz allgemeine.

Zerlegt man ein von 1 ausgehendes Strahlenbündel unter sonst gleicher Weise in zwei Komponenten, die in 2 nach a_2 und b_2 polarisiert sind, so sei die Intensität der ersteren Kom-

ponente mit $H\,d\lambda$ bezeichnet. Entsprechend sei mit $H'\,d\lambda$ die von 2 ausgehende Komponente des Bündels, welches in 2 ebenfalls nach a_2 und b_2 polarisiert ist und in 1 ankommt, bezeichnet, dann ist auch $H = H'$. Der Beweis beruht wesentlich darauf, daß senkrecht aufeinander polarisierte Strahlen nicht miteinander interferieren, wenn sie auf eine gemeinschaftliche Polarisationsebene zurückgeführt sind, falls sie Teile eines nicht polarisierten Strahles sind.

In Abb. 2 sei nun C ein beliebiger, nicht ein schwarzer Körper. Die Öffnung 2 sei durch die Fläche 2 verschlossen. Diese Fläche sendet durch die Öffnung 1 auf den Körper C ein Strahlenbündel, das von diesem zum Teil absorbiert, zum Teil durch Brechungen und Reflexionen nach verschiedenen Richtungen zerstreut wird. Von diesem Strahlenbündel betrachte man zwischen 2 und 1 den Teil, der zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegt, und zerlege ihn in 2 Komponenten, die nach der Ebene a und der dazu senkrechten polarisiert sind. Was von der ersten Komponente der Absorption durch den Körper C entgeht, also die schwarze Hülle trifft, sei $M'\,d\lambda$. Von den Strahlen nun, welche von der Hülle auf C fallen, werden gewisse durch die Öffnung 1 auf die Fläche 2 fallen; von diesem Bündel betrachte man den nach a entsprechend polarisierten Teil, der mit $M\,d\lambda$ bezeichnet wird. Dann ist

$$M = M'.$$

Es ergibt sich dies aus der Gleichheit von H und H',

Um nun den Kirchhoffschen Satz für beliebige Körper abzuleiten, wird dasselbe Verfahren eingeschlagen wie beim schwarzen Körper. Auch wenn C ein beliebiger Körper ist, muß bei allen Anordnungen der Abb. 3 thermisches Gleichgewicht stattfinden; es muß also die lebendige Kraft, die durch Entfernung der Fläche 3 dem Körper C entzogen wird, gleich sein der durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführten. Von der durch Strahlung von 3 zugeführten Energie absorbiert der Körper C, dessen Absorptionsvermögen allgemein durch A bezeichnet wird, den Betrag

$$\int_0^\infty d\lambda\, e\, r^2 A\,.$$

Nun sind die Strahlen aufzusuchen, die dem Körper durch Anbringung des Hohlspiegels zugeführt werden. Alle diese Strahlen müssen von dem Hohlspiegel nach der Platte P, von dieser nach der Öffnung 1 geworfen werden und diese in Richtungen passieren, als kämen sie von der Öffnung 2 her. Sie haben, bevor sie den Hohlspiegel treffen, entweder schon eine Reflexion von demselben erlitten, oder nicht. Im ersteren Falle können sie nur durch Vermittlung des Körpers C wieder auf dem Wege zurückgelangt sein, der dem eben beschriebenen entgegengesetzt ist. Es soll zunächst vorausgesetzt werden, daß infolge einer bestimmten Lage des Körpers diese Strahlen nicht in merklicher Weise in Betracht kommen, sondern daß ihre Intensität gegenüber den anderen unendlich klein ist, so daß nur die Intensität der einmal reflektierten bestimmt zu werden braucht. Von diesen ist ein Teil vom Körper C ausgegangen, der andere von der schwarzen Hülle. Der erstere hat eine zweimalige Reflexion an der Platte P erfahren; die lebendige Kraft, die von ihm der Körper C absorbiert, ist:

$$\int_0^\infty d\lambda \, E r^2 A .$$

Der zweite Teil, welcher von der schwarzen Hülle ausgegangen ist, kann wiederum als aus zwei Teilen bestehend angenommen werden, aus einem, der ohne, und einem zweiten, der durch Vermittlung des Körpers C zum Hohlspiegel gelangt ist. Jener rührt von Strahlen her, die von der dem Hohlspiegel gegenüberliegenden Wand ausgegangen sind und die Platte P durchdrungen haben, von dem Hohlspiegel nach der Platte P und von dieser nach der Öffnung 1 reflektiert sind. Unter Benutzung der Gleichheit von H und H′ ergibt sich die Intensität der vom Körper C aus diesen Strahlen absorbierten Strahlung zu

$$\int_0^\infty d\lambda \, e r (1 - r) A .$$

Um die Intensität der Strahlen zu finden, welche von der schwarzen Hülle ausgehend durch Vermittlung des Körpers C nach dem Hohlspiegel, von diesem nach C zurückgelangen

und hier absorbiert werden, nenne man N den Wert, in den M dadurch übergeht, daß die Platte P an ihren Ort gebracht und die Fläche 3 entfernt wird; die genannte Intensität ist dann

$$\int_0^\infty d\lambda\, N r^2 A .$$

Der Unterschied von M und N rührt allein her von der Änderung, welche die von der schwarzen Hülle durch die Öffnung 1 auf den Körper C fallenden Strahlen durch Anbringung der Platte P und Entfernung der Fläche 3 erleiden. Denkt man sich, daß die Platte P an ihren Ort gebracht, die Fläche 3 aber nicht entfernt werde, so kann M gar keine Änderung erfahren, da alle Strahlenbündel, welche nach der Öffnung 1 gehen, ungeändert bleiben; das von der Fläche 2 herkommende Strahlenbündel z. B. erfährt durch Reflexion an der Platte P einen Verlust, der gerade ersetzt wird durch die Reflexion der von der Fläche 3 ausgehenden Strahlen. Der Unterschied M — N ist daher allein durch die Entfernung der Fläche 3 hervorgebracht und ist also gleich dem Teil von M, der herrührt von den Strahlen, welche die Fläche 3 durch Vermittlung der Platte P nach der Öffnung 1 sendet. Nach der über die Lage von C gemachten Voraussetzung ist also M — N unendlich klein, daher

$$N = M = M' .$$

Nun ist $M' = e\,(1 - A)$, und daher

$$\int_0^\infty d\lambda\, N r^2 A = \int_0^\infty d\lambda\, e\,(1 - A)\, r^2 A .$$

Bildet man nun die Summe der in Betracht kommenden Strahlungen, so ist wegen des thermischen Gleichgewichts:

$$\int_0^\infty d\lambda\, e r A = \int_0^\infty d\lambda\, E r^2 A + \int_0^\infty d\lambda\, e r (1 - r) A + \int_0^\infty d\lambda\, e\,(1 - A)\, r^2 A ,$$

oder

$$\int_0^\infty d\lambda\,(E - Ae)\, A r^2 = 0 .$$

Durch dieselben Betrachtungen, die bei der ähnlichen, für den schwarzen Körper gültigen Gleichung angestellt worden sind, ergibt sich hieraus, daß für jeden Wert von λ $\frac{E}{A} = e$ ist, oder auch

$$\frac{E}{A} = J \frac{w_1 w_2}{s^2} .$$

Die berschränkende Voraussetzung in betreff der Lage des Körpers C kann aber nunmehr fallen gelassen werden; denn sollte die betreffende Voraussetzung nicht erfüllt sein, so braucht man den Körper C nur unendlich wenig zu drehen, um ihr zu genügen, wodurch die Größen E und A nur unendlich wenig geändert werden.

Die Gleichung $\frac{E}{A} = e$ ist nun der mathematische Ausdruck für den eingangs aufgestellten Satz, dessen Beweis hier durchgeführt ist unter der Annahme, daß die Strahlung im leeren Raum erfolgt. Der weitere Kirchhoffsche Beweis dafür, daß er auch gilt, wenn der Raum mit einem absolut diathermanen Mittel angefüllt ist, möge hier unterlassen bleiben.

Der Kirchhoffsche Beweis gilt als das Muster einer exakten physikalisch-mathematischen Untersuchung, und dem vollen Verständnisse stehen beträchtliche Schwierigkeiten gegenüber. Wir verfügen zurzeit noch über zwei andere Beweise, von denen der eine auf Grundlage der Maxwellschen Gleichungen in vollständig anderer Weise von Planck geführt worden ist. Wir haben schon angedeutet, daß es nicht möglich ist, diesen Beweis hier zu reproduzieren, und müssen auf das angegebene Werk[1]) verweisen.

Der dritte Beweis hat mit dem Kirchhoffschen große Ähnlichkeit, ist aber sehr viel kürzer und einfacher und rührt von Pringsheim[2]) her. Bei demselben kommen die Annahmen von der Möglichkeit vollkommen schwarzer Körper, vollkommener Spiegel und absolut diathermaner Substanzen in Fortfall, An-

[1]) Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung.

[2]) E. Pringsheim, Einfache Herleitung des Kirchhoffschen Gesetzes. Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. III. Jahrg. Nr. 7.

nahmen, welche nicht ohne Schwierigkeiten sind, wenn sie sich auf alle Wellenlängen zwischen o und ∞ beziehen sollen.

Ein beliebiger Körper K befinde sich in einem geschlossenen Raum von überall gleicher Temperatur, dessen Wände gegen Strahlung undurchlässig sind. Die gesamte von ihm in der Zeiteinheit ausgesandte Strahlungsenergie sei E, die Strahlung, welche auf ihn falle, werde mit e bezeichnet, von ihr absorbiert er den Betrag Ae. Wegen des thermischen Gleichgewichts muß also sein

$$E = A \cdot e .$$

Der Körper K sei nun eine im Verhältnis zur Hülle sehr kleine Kugel, welche in verschiedenen Richtungen für die verschiedenen Wellenlängen ein ganz verschiedenes Reflexions- und Absorptionsvermögen besitzt. Wird die Kugel um ihren Mittelpunkt gedreht, so kann die auf sie einfallende Strahlung e nur verschwindend wenig verändert werden, da für diese Änderung nur derjenige Teil in Betracht kommt, welcher von der kleinen Kugel ausgegangen und ihr durch Reflexion und Brechung von den übrigen Körpern des Hohlraumes wieder zurückgesandt wird. Wenn in der Strahlung e bestimmte Richtungen der Strahlen oder der Polarisation bevorzugt wären, so würde sich bei der Drehung der Kugel die Größe A für diese Strahlung stark ändern, also würde auch Ae eine starke Änderung erleiden, nach obigem Satze also auch E. Das ist aber nicht möglich, weil E von der Lage der Kugel vollkommen unabhängig ist; es kann also in e keine Vorzugsrichtung vorhanden sein.

Bezeichnet man mit $e_\lambda \, d\lambda$ die Strahlungsenergie der den Körper treffenden Strahlungen zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$, mit A_λ das Absorptionsvermögen des beliebigen, jetzt auch beliebig großen Körpers für ungerichtete Strahlung von der Wellenlänge λ, so ist zunächst

$$e = \int_0^\infty e_\lambda \, d\lambda$$

und

$$A = \frac{\int_0^\infty A_\lambda e_\lambda \, d\lambda}{e}$$

oder

$$E = \int_0^\infty A_\lambda e_\lambda \, d\lambda \, .$$

Bringt man nun der Reihe nach denselben Körper K in eine beliebige Anzahl verschiedener Räume, welche zwar dieselbe Temperatur besitzen, aber an Gestalt und Beschaffenheit der in ihnen enthaltenen Körper verschieden sind, so bleibt die Emission von K unverändert und auch das Absorptionsvermögen A_λ. Wäre nun in diesen verschiedenen Räumen die auf K auffallende Strahlung e_λ verschieden, etwa der Reihe nach $e_{1\lambda}$, $e_{2\lambda} \ldots e_{n\lambda}$, so hätten wir ein System von beliebig vielen Gleichungen der Form

$$\int_0^\infty A_\lambda e_\lambda \, d\lambda = \int_0^\infty A_\lambda e_{1\lambda} \, d\lambda = \ldots = \int_0^\infty A_\lambda e_{n\lambda} \, d\lambda \, .$$

Da der Körper K ganz willkürlich, A_λ daher eine ganz willkürliche, von e_λ unabhängige Funktion von λ ist, so kann diesem System von Gleichungen allgemein nur genügt werden, wenn

$$e_\lambda = e_{1\lambda} = \ldots . = e_{n\lambda}$$

ist.

Hieraus folgt in Verbindung mit der obigen Gleichung $e = \int_0^\infty e_\lambda \, d\lambda$, daß die Strahlung e derjenigen gleich ist, welche der Körper K aussenden würde, wenn für ihn $A = 1$, wenn er also der Kirchhoffsche schwarze Körper wäre.

Es ist daher der folgende Satz bewiesen:

In einem gleichtemperierten Raum, dessen Wände für Strahlung undurchlässig sind, ist die Strahlung von der Form des Raumes und der Natur der in ihm enthaltenen Körper unabhängig. Diese Strahlung ist quantitativ und qualitativ gleich

derjenigen, welche ein vollkommen schwarzer Körper aussenden würde.

Pringsheim hat hiermit zunächst einen Satz bewiesen, der unmittelbar zur Konstruktion von schwarzen Körpern führt; wir werden weiter unten sehen, wie Kirchhoff zu der gleichen Konstruktion gelangt ist, unter Benutzung des schon bewiesenen Satzes.

Wir betrachten jetzt diejenige Energie, welche das Flächenelement ds_1 des Körpers K einem anderen, in dem gleichen Hohlraum befindlichen, weit entfernten Flächenelement ds_2 zustrahlt. Als Emissionsvermögen E_λ des Körpers K bezeichnen wir mit Kirchhoff diejenige Eigenstrahlung, welche in der Zeit 1 von ds_1 nach ds_2 gelangt, zwischen den Wellenlängen λ und $\lambda + d\lambda$ liegt und eine bestimmte Polarisationsrichtung besitzt. In dem gleichmäßig temperierten Hohlraum geht von ds_1 die Strahlung des schwarzen Körpers aus; die gesamte Energie der betrachteten Art also, welche von ds_1 nach ds_2 gelangt, ist e_λ, wenn e_λ das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers unter den gleichen Bedingungen bedeutet. Es ist

$$e_\lambda = E_\lambda + G_\lambda ,$$

wenn wir mit G_λ die geborgte Strahlung des Elements ds_1 bezeichnen, d. h. diejenige Energie, welche an reflektierter, bzw. durch K hindurchgegangener Strahlung der betrachteten Art von ds_1 ausgeht und nach ds_2 gelangt. Nach dem Reziprozitätsgesetz in Verbindung mit dem von Kirchhoff abgeleiteten Satz für die gegenseitige Zustrahlung schwarzer Flächen ist die Menge dieser, von den übrigen im Hohlraum enthaltenen Körpern ausgehenden Strahlung, welche durch Vermittlung des Elements ds_1 nach ds_2 gelangt, genau gleich der Menge gleichartiger Strahlung, welche auf demselben Wege in umgekehrter Richtung von ds_2 ausgegangen ist und durch Vermittlung von ds_1 zu den anderen Körpern des Hohlraumes gelangt. Denn diese Körper senden ebenfalls alle die schwarze Strahlung aus. Nun gelangt von den betrachteten Strahlen, welche von ds_2 ausgehen, in der Zeit t die Menge e_λ nach ds_1. Ist A_λ das Absorptionsvermögen des Körpers K für diese

Strahlen, so absorbiert er davon die Energie $A_\lambda e_\lambda$, während der Rest $(1 - A_\lambda) e_\lambda$ von ds_1 teils hindurchgelassen, teils reflektiert wird und an die übrigen Körper des Raumes gelangt. Dieser Rest ist also gleich G_λ, und es wird

$$e_\lambda = E_\lambda + (1 - A_\lambda) e_\lambda$$

oder

$$\frac{E_\lambda}{A_\lambda} = e_\lambda ,$$

der Ausdruck des Kirchhoffschen Satzes.

Die ungemein einfache Beziehung zwischen der Strahlung beliebiger Körper zu derjenigen des idealen schwarzen Körpers führt nun zu einer Reihe der wichtigsten Folgerungen, die bereits Kirchhoff abgeleitet hat. Die erste derselben ermöglicht unmittelbar die praktische Konstruktion eines absolut schwarzen Körpers. Wir denken uns eine für Strahlung undurchlässige Hülle von sonst beliebiger Substanz. In ihr befinden sich Körper von ebenfalls beliebiger Art; die Temperatur des ganzen Systems soll überall die gleiche sein, so daß thermisches Gleichgewicht stattfindet. Von irgend einem Flächenelement im Innern dieses Raumes gehen Strahlungen aus, die in den verschiedenen Richtungen je nach der Art des Flächenelements von verschiedener Stärke sind. Von diesen betrachten wir einen beliebigen Strahl von bestimmter Wellenlänge und bestimmtem Polarisationszustand. Derselbe trifft bald auf ein anderes Flächenelement und wird von demselben je nach dessen Eigenschaften teilweise reflektiert, teilweise absorbiert. Von den reflektierten Strahlen nehmen wir wieder einen beliebigen heraus, der bald ein drittes Flächenelement treffend wieder teilweise reflektiert, teilweise absorbiert wird. — Außer der Reflexion wird auch Brechung stattfinden, nur nicht in der undurchlässigen Hülle, so daß der Vorgang der Brechung unberücksichtigt bleiben kann. — Diese Betrachtung weiter fortgesetzt, führt zu dem Ergebnis, daß bei jedem Auftreffen etwas absorbiert wird, daß also nach unendlich vielen Reflexionen von dem zuerst herausgegriffenen Strahl alles absorbiert ist und nichts mehr übrigbleibt. Es findet schließlich voll-

ständige Absorption statt, d. h. ein Strahlenbündel, welches dieselbe Gestalt und die entgegengesetzte Richtung wie das gewählte hat, wird ebenfalls vollständig absorbiert. Im Innern des Raumes ist also jedes Strahlenbündel so beschaffen, seiner Intensität und Qualität nach, als ob es von einem absolut schwarzen Körper von der Hüllentemperatur käme.

Im Innern einer metallischen Hohlkugel, welche von außen her auf konstanter Temperatur erhalten wird, herrscht daher die schwarze Strahlung der betreffenden Temperatur. Im Innern eines derartigen geschlossenen Raumes lassen sich im allgemeinen keine Untersuchungen anstellen; es ist daher erforderlich, die Strahlung durch eine Öffnung austreten zu lassen und erst dann zu untersuchen. Wegen des in der Öffnung mangelnden Flächenstücks der Hülle kommen allerdings nicht mehr unendlich viele Reflexionen zustande, die austretenden Strahlungen sind also nicht absolut schwarze; es läßt sich aber leicht übersehen, daß, wenn die Öffnung klein ist im Verhältnis zur Fläche der Hülle, und wenn das Material der Hülle gleich so gewählt ist, daß es möglichst stark absorbiert — innen geschwärztes Metall — die schwarze Strahlung mit beliebiger Annäherung erreicht werden kann.

So leicht es hiernach auch erscheint, einen schwarzen Körper herzustellen, so groß sind doch die technischen Schwierigkeiten, die zu beseitigen sind, sobald es sich darum handelt, einen Körper zu konstruieren, der mit einem hohen Grade von Genauigkeit die schwarze Strahlung bei sehr verschiedenen, aber exakt zu bestimmenden Temperaturen liefern soll. Erst in den letzten Jahren ist es den Physikern — in erster Linie Kurlbaum, Lummer, Pringsheim — gelungen, diese Schwierigkeiten zu überwinden. Man ist hierbei zu verschiedenen Konstruktionen gelangt, von denen die vorteilhafteste wohl diejenige des elektrisch geheizten Körpers sein dürfte, da man mit demselben jede beliebige Temperatur bis nahe an den Schmelzpunkt des Platins (2000° absolut) erreichen kann.

Der schwarze Körper selbst besteht aus einem innen geschwärzten Porzellanrohr, welches vorne offen, hinten aber bis auf zwei kleine Öffnungen geschlossen ist, die zur Durch-

führung dünner Drähte dienen. Im Innern ist das Rohr durch Diaphragmen in verschiedene Abteilungen getrennt, die aber durch die Öffnungen der Diaphragmen miteinander in Verbindung stehen. Außen ist das Porzellanrohr mit einem dicht anschließenden Rohr aus dünnem Platinblech umgeben und dieses wiederum von einer Hülle aus Asbestpappe, die zum Wärmeschutz des Platinblechs dient. Die beiden Enden des Platinrohrs sind leitend mit je einem Pol einer Starkstromleitung verbunden. Geht der Strom durch das Platinrohr hindurch, so wird dasselbe erwärmt, und zwar hat man es durch Regulierung der Stromstärke in der Hand, das Platinrohr von schwachen Erwärmungen an bis zur Weißglut zu heizen.

Die Wärme des Platinrohres teilt sich nun allmählich dem Porzellanrohr mit, und nach längerer Heizung mit einem gleichförmigen Strom stellt sich Gleichgewicht her zwischen der durch den Strom zugeführten Wärme und der durch Strahlung und Leitung nach außen abgegebenen, so daß die hintere Abteilung des Rohres, der eigentliche schwarze Körper, überall die gleiche Temperatur besitzt. Wann dieser stationäre Zustand eintritt, läßt sich bei Temperaturen, die ein Glühen hervorrufen, leicht durch den Anblick erkennen. In diesem Falle wird, wie wir oben gesehen haben, das Material, aus dem die Hülle besteht, gleichgültig; die vorher noch erkennbaren verschiedenen Teile des Hohlraumes, besonders das Diaphragma und die im Innern befindlichen Platindrähte verschwinden, und der Hohlraum erscheint als vollständig gleichförmig glühende Fläche.

Die Ermittlung der Temperatur des Hohlraumes geschieht durch ein in demselben befindliches Thermoelement, bestehend aus Platin und einer Legierung von Platin mit Rhodium, dessen Drähte durch die erwähnten Öffnungen in der Hinterwand der Porzellanröhre nach außen, und zwar unmittelbar in ein mit schmelzendem Eise gefülltes Gefäß führen, so daß sich die hintere Lötstelle des Elements stets in der gleichen Temperatur von 0° befindet. Die Temperatur selbst wird, wie üblich, vermittels eines Galvanometers gemessen.

In Verbindung mit bekannten Beobachtungstatsachen lassen sich eine Reihe von Erscheinungen ableiten in betreff

der Emission E beliebiger Körper, sofern es sich, wie nochmals hervorgehoben werden möge, um reine Temperaturstrahlung handelt. Wir wollen diese Betrachtungen aber zunächst auf flüssige oder feste Körper beschränken. Bei gewöhnlicher Temperatur sind diese Körper an und für sich dunkel, d. h. ihr Emissionsvermögen ist bei den optischen Wellenlängen unmerklich; es kann praktisch gleich Null angenommen werden. Ihre Gesamtstrahlung ist aber keineswegs Null, vielmehr vermag ein Körper von z. B. 20° C einen solchen von 0° durch Strahlung zu erwärmen. Erst bei Temperaturen von etwa 500° C beginnt auch die optische Strahlung sich bemerkbar zu machen, die Körper beginnen zu glühen. Es folgt daraus, daß das Emissionsvermögen als Funktion der Temperatur eine Kurve darstellt, welche für größere Wellenlängen bereits merkliche Erhebung besitzt, während sie für die kürzeren Wellen noch mit der Abszissenachse zusammenfällt. Exakte Untersuchungen mit Hilfe des Bolometers haben aber gelehrt, daß das Merklichwerden der Intensität keineswegs mit den größten beobachtbaren Wellen beginnt, sondern an einer anderen Stelle. Die Emissionskurve besitzt also irgendwo ein Maximum und nähert sich nach beiden Seiten hin der Null. Beschränken wir uns jedoch auf die kürzeren Wellenlängen, so sieht man, daß mit zunehmender Temperatur die Emission für immer kleinere Wellen merklich wird, wobei zugleich die Intensität der größeren Wellen wächst. Da nun $E = A \cdot J$ ist, ganz allgemein für alle Körper, so müßte das Merklichwerden neuer kürzerer Wellenlängen für alle Körper bei den gleichen Temperaturen stattfinden. Die Rotglut müßte also bei allen Körpern bei der gleichen Temperatur beginnen. Dieser Satz ist zuerst experimentell von Draper[1]) ermittelt worden, wobei ihm jedoch ein Fehler in der Anordnung der Versuche untergelaufen ist, indem er die verschiedenen Körper in einem Hohlraum erhitzt hat, also stets nahe schwarze Strahlung beobachtet hat. (Siehe Lummer: Über die Gültigkeit des Draperschen Gesetzes, Arch. der Math. und Phys. 1901, S. 77.) Die Intensität der Strahlen derselben Wellenlänge und bei der gleichen

[1]) Draper: Amer. Journ. of Sc. (2) t. IV (1847).

Temperatur ist aber nach den Körpern verschieden. Bei einem absolut durchsichtigen Körper würde sie für alle Wellenlängen und alle Temperaturen Null sein; ein solcher Körper kann überhaupt nicht glühen. Die Unterschiede des Emissionsvermögens sind aber auch schon bei den in der Natur vorkommenden Körpern sehr beträchtlich. Die Metalle haben ein sehr hohes Absorptionsvermögen, sie sind schon in sehr dünnen Schichten undurchsichtig, also ist auch ihr E sehr groß, während z. B. bei Glas beides sehr gering ist. Bringt man in eine Bunsenflamme nebeneinander ein Stückchen Glas und ein Stückchen Platin, so leuchtet letzteres blendend hell, während die Helligkeit des Glases zuerst kaum stärker ist als die der Flamme. Erst wenn bei der hohen Temperatur die chemische Zusammensetzung des Glases geändert und letzteres trüb wird, wächst auch seine Helligkeit merklich, ohne indessen die des Platins auch nur annähernd zu erreichen.

Da nun allzu geringe Strahlungen das Auge nicht erregen, sondern dies erst oberhalb einer gewissen Intensität eintritt, nach Überschreitung des sogenannten Schwellenwertes, so ist das Drapersche Gesetz nicht in dem Sinne richtig, daß der Glühbeginn bei allen Körpern bei genau der gleichen Temperatur sichtbar wird. Man wird den Glühbeginn beim Platin zweifellos etwas früher wahrnehmen als beim Glase. Auch unter Anwendung photographischer Methoden würde sich das Drapersche Gesetz nicht exakt nachweisen lassen, da für die Lichtwirkungen auf der photographischen Platte ebenfalls ein unterer Schwellenwert maßgebend ist.

In der Tat ist die Beobachtung des Glühbeginns sehr komplizierter Art, so daß man ernstlich an einen Widerspruch mit dem Kirchhoffschen Satze geglaubt hat, bis die physiologische Seite der beobachteten Erscheinungen genügend berücksichtigt werden konnte. H. F. Weber[1]) hat die Draperschen Beobachtungen in einwandfreier Weise wiederholt, indem er Kohlenfäden durch den elektrischen Strom zum Glühen brachte. Weber experimentierte im gänzlich dunklen Zimmer mit völlig ausgeruhten Augen und fand, daß die erste Lichtentwicklung

[1]) H. F. Weber: Ber. der Berl. Akad. 28, 491 (1887).

gar nicht mit der Rotglut beginnt, sondern daß schon vorher ein eigentümlich düstergraues Licht ausgesandt wird, welches im Gegensatz zum gewöhnlichen Leuchten unstet und flackernd erscheint und deshalb von ihm auch als „gespenstergrau" bezeichnet wurde. Bei Steigerung der Temperatur wurde das graue Licht heller, ohne seinen Charakter zu verlieren, bis es allmählich in ein Gelblich-Grau überging. Bei weiterer Erhöhung der Temperatur zeigte sich dann plötzlich der erste Schimmer eines ungemein lichten Feuerrot, und in demselben Moment verschwand alles Unstete des Leuchtens, und von nun an verlief alles in der bekannten Weise.

Die spektroskopische Untersuchung des grauen Lichts lehrte, daß dasselbe einen grau erscheinenden Streifen im gelbgrünen Teile des Spektrums lieferte, der bei steigender Temperatur unter Beibehaltung der grauen bis gelbgrauen Färbung sich nach beiden Seiten des Spektrums ausbreitete. Im Moment, wo dem bloßen Auge der erste hellrote Schimmer erschien, trat im Spektroskop neben dem grauen Streifen ein heller Streifen im Rot auf.

Daß es sich hierbei aber nicht um eine physikalische, sondern um eine physiologische Erscheinung handelt, konnte bald nachgewiesen werden, und zwar auf Grund des sogenannten Purkinjeschen Phänomens. In einem lichtstarken Spektrum erscheint das Maximum der Helligkeit im Gelb; bei abnehmender Helligkeit verschiebt sich dieses Maximum immer mehr nach dem brechbareren Teile des Spektrums hin, bis es schließlich beim Verschwinden im grünblauen Teile liegt. Hiernach ist ohne weiteres klar, daß, auch wenn dem Draperschen Satze entsprechend in Wirklichkeit bei zunehmender Temperatur der Beginn der größeren Strahlungsenergie von Rot aus ansetzt, doch das Grün zuerst sichtbar wird, weil bei schwachem Licht die Reizschwelle des Auges für Grün viel tiefer liegt als für Rot.

Damit ist aber noch nicht erklärt, weshalb das erste sichtbare Grün den Eindruck des Grau macht, und weshalb dieses Grau so eigentümlich unstet erscheint. Hierfür hat Lummer[1])

[1]) O. Lummer, Über die Gültigkeit des Draperschen Gesetzes. Arch. d. Math. u. Phys. 1901, S. 85.

eine Erklärung gegeben, die sich auf die von v. Kries[1]) aufgestellte Theorie des Sehens stützt. Das Auge unterscheidet nicht bloß zwischen Hell und Dunkel, sondern empfindet auch die verschiedenen Wellenlängen des Lichts als Farben. Bei der Farbenempfindung scheint nun der sogenannte Sehpurpur, eine im Zustand der Augenruhe rot gefärbte Flüssigkeit in den Elementen der Netzhaut, eine wichtige Rolle zu spielen. Man kann mit großer Sicherheit behaupten, daß Netzhautelemente, welche diesen Farbstoff nicht enthalten, auch nicht geeignet sind, Farben oder wenigstens nicht alle Farben zu empfinden. Nun ist der Sehpurpur nur in den Zapfen enthalten, nicht aber in den Stäbchen. v. Kries nimmt daher an, daß erstere den Farbenapparat des Auges darstellen, letztere aber nur die verschiedenen Stufen der Helligkeit von Weiß durch Grau hindurch bis Schwarz empfinden. Die v. Kriessche Theorie besagt nun, daß die beiden verschiedenen Sehapparate im Auge, der farbenempfindliche und der farbenblinde, miteinander in einen gewissen Wettstreit treten, und zwar in der Art, daß bei guter Helligkeit der erstere stets überwiegt, daß aber bei sehr schwachem Licht der letztere noch zu empfinden vermag, während für den Farbenapparat die Reizschwelle schon höher liegt, er also blind ist. Daraus würde folgen, daß die schwächsten Lichteindrücke stets farblos, also grau erscheinen müssen.

Stäbchen und Zapfen sind gleichzeitig in der ganzen Netzhaut enthalten mit Ausnahme einer einzigen kleinen Stelle, der Sehgrube, welche zum exakten Sehen besonders geeignet ist und daher stets unbewußt mit Hilfe der Augenbewegungen auf den Punkt gerichtet wird, welchen man gerade betrachten will. Diese Sehgrube enthält nur die Zapfen, ist also einer Grau- oder Weißempfindung nur bei gemischtem farbigen Licht fähig. Beobachtet man nun im Dunklen einen Körper, dessen Temperatur allmählich gesteigert wird, so wird folgendes eintreten müssen. Ist eine gewisse Temperatur (etwa 400°) erreicht, so werden die Stäbchen auf der ganzen Netzhaut erregt, im Gehirn entsteht die Vorstellung

[1]) v. Kries: Zeitschr. f. Psych. u. Phys. d. Sinnesorgane 9, 81.

farbloser Helligkeit, die Grauglut; bei steigender Temperatur steigt zunächst nur die Helligkeit der Grauempfindung. Da die Zapfen noch nicht erregt sind, so kommt von der Sehgrube überhaupt noch keine Lichtmeldung zum Gehirn, es liegt also der eigentümliche Zustand vor, daß allein die Netzhautstellen, welche für gewöhnlich nur zum indirekten Sehen benutzt werden, Licht empfinden; man sieht demnach etwas, was man nicht anblickt, und macht daher unwillkürlich die gewohnte Augenbewegung, um die lichterzeugende Stelle mit der Netzhautgrube zu sehen; dieses Bestreben bleibt aber natürlich fruchtlos, und daher resultiert das Zitternde und Unstete der Grauglut. Diese Erscheinung hört erst auf, wenn bei weiterer Temperatursteigerung auch die Zapfen in der Empfindung des Rot erregt werden und nun vor allem die Sehgrube mit ihrem direkten Sehen in die gewohnte Tätigkeit tritt.

Es ist bereits darauf hingewiesen, daß das Emissionsvermögen der festen und flüssigen Körper in Abhängigkeit von der Temperatur im allgemeinen durch eine kontinuierliche Funktion, die ein Maximum besitzt, dargestellt werden kann. Die Unterschiede, welche im einzelnen die Emissionskurven der verschiedenen Substanzen zeigen, können natürlich nur experimentell ermittelt werden. Der kontinuierliche Verlauf der Emissionskurven lehrt, daß bei der Entstehung der Emission homogene Schwingungen, wie sie z. B. bei der Tonerregung von Stimmgabeln oder gespannten Saiten eintreten, nicht stattfinden können; es werden gleichzeitig Wellen der verschiedensten Längen erzeugt, wie beim Schall durch die komplizierten Schwingungen eines Holzklotzes. Bei letzterem ist aber immer noch ein Grundton zu erkennen, wenn er auch sehr unrein ist, und damit ist in gewissem Sinne vergleichbar der Umstand, daß bei der Leuchterregung der festen und flüssigen Körper die Emissionskurve bei einer gewissen Wellenlänge ein Maximum besitzt.

Das Emissionsvermögen der Gase, sofern sie sich nicht in einem so dichten Zustand befinden, daß sie sich in gewissen Punkten bereits dem flüssigen Aggregatzustande nähern, ist

im allgemeinen von dem der festen und flüssigen Körper durchaus verschieden. Die Gase geben Linienspektra, d. h. ihr Emissionsvermögen bei bestimmter Temperatur ist für die meisten Wellenlängen nicht merklich von Null verschieden, und nur für gewisse Wellenlängen erreicht es merkliche Werte von verschiedener Stärke. Die Lage dieser Maxima ist bei den verschiedenen Substanzen verschieden; im allgemeinen wachsen die Intensitäten dieser Maxima mit zunehmender Temperatur, solange sich nicht die molekulare Struktur der Gase oder auch die Leuchterregung ändert. Es muß mit Kirchhoff hier zunächst angenommen werden, daß es sich nur um reine Temperaturstrahlung von Gasen, ohne Änderung der Molekularstruktur handelt.

Ob die Emissionsfunktion zwischen den Maximis wirklich Null ist, oder nur sehr geringe Werte besitzt, ist vorläufig nicht zu entscheiden; und doch ist dies von großer Bedeutung für weitere Folgerungen, wie bald gezeigt werden wird. Der Umstand, daß die meisten Gase auch mehr oder weniger starke kontinuierliche Spektra außer den Linien liefern, kann nicht ohne weiteres zur Entscheidung der Frage benutzt werden, da die kontinuierlich verlaufende Emission von einer ganz anderen Art der Leuchterregung herrühren kann, als die selektive Emission.

Über die durch den Kirchhoffschen Satz gekennzeichnete Beziehung zwischen Emission und Absorption und über das Wesen dieser beiden Vorgänge kann man sich bei reiner Temperaturstrahlung und auf dem Boden der Vibrationstheorie des Lichts stehend ein recht deutliches Bild vorstellen, wenn man an die sinnlich viel gröberen Erscheinungen bei der Energieübertragung durch Schallwellen anknüpft. Letztere sind uns dadurch so bequem zugänglich, daß bei ihnen nur Bewegungen ponderabler Materie vorhanden sind. Und gerade die schwierigeren und komplizierten Phänomene bei Schallschwingungen oder aber auch bei Pendelschwingungen, wie die Dämpfung durch Reibung u. dgl., sind für die Deutung von Strahlungsphänomen überaus wichtig und fruchtbar.

Der Emissionsvorgang beim Schall ist folgender: Durch eine äußere Kraftwirkung wird ein elastischer Körper in periodische Schwingungen versetzt. Befindet sich der Körper in einem elastischen Medium, z. B. Luft, so werden diejenigen benachbarten Luftteilchen, welche sich in der Richtung der Vorwärtsbewegung des schwingenden Körpers befinden, vorwärts gestoßen und bewirken eine Verdichtung der Luft an dieser Stelle; nach den Elastizitätsgesetzen schreitet diese Verdichtung unter Abnahme ihrer Intensität mit dem Quadrat der Entfernung vom erzeugenden Körper weiter im Luftraum vor, die bei jeder Schwingung neu erfolgende Verdichtung ebenfalls, so daß eine periodisch wiederkehrende Verdichtung an einem bestimmten Punkt des Mediums stattfindet. Die Kraft, welche erforderlich ist, die Verdichtung hervorzubringen, wird dem schwingenden Körper entnommen, dessen Schwingungsweite infolgedessen stärker abnehmen muß, als nach den inneren Reibungen schon geschehen würde. Diese Energie strahlt im idealen Falle in kugelschalenförmiger Weise in das Medium aus und wird teilweise bereits durch die innere Reibung im Medium als Strahlungsenergie vernichtet und in Wärme umgesetzt. Beim Auftreffen auf eine Grenzfläche wird ein Teil der Schallstrahlung gebrochen und reflektiert und ein Rest durch unmittelbar eintretende innere Reibung wieder in Wärme umgesetzt; es wird also überhaupt im allgemeinen die mechanische Energie in der Schallstrahlung in molekulare Energie verwandelt. Unter gewissen Bedingungen aber bleibt zunächst die mechanische Energie noch bestehen und tritt als solche wieder neu in die Erscheinung, nämlich dann, wenn die getroffene Fläche einem Körper angehört, der vermöge seiner Elastizität befähigt ist, Schwingungen auszuführen, wobei wieder zwei Fälle zu unterscheiden sind, je nachdem der empfangende Körper befähigt ist, selbst alle möglichen Schwingungen auszuführen, wie z. B. eine Membran, oder nur Schwingungen einer einzigen Periode oder einiger weniger Perioden, wie eine Stimmgabel oder eine gespannte Saite. Im ersteren Falle bringen alle auf den Körper treffenden Verdichtungswellen den Körper in den Schwingungszustand,

setzen also ihre eigene mechanische Energie in die mechanische Schwingungsenergie des Körpers um; im anderen Falle vermögen dies nur diejenigen Schallwellen, deren Periode der oder den Schwingungsperioden des Körpers entspricht. Man nennt diesen Vorgang die Resonanz, und er ist vergleichbar mit der Absorption bei den Wärmestrahlungen.

Bei letzteren sind die entsprechenden Vorgänge die folgenden. Der äußeren Kraft entspricht die Wärme, die insofern auch als äußere Kraft bezeichnet werden kann, als sie irgendwie einmal dem Körper zugeführt worden sein muß. In Schwingungen versetzt werden zunächst die Körpermoleküle, welche ihrerseits die mit ihnen in Verbindung stehenden Ätheratome in Mitleidenschaft ziehen, die dann das Medium, den Äther, in den schwingenden Strahlungszustand bringen. Dieser Umweg, der Übergang von den Bewegungen der Körpermoleküle auf die Ätheratome, also auf einen Stoff höherer Ordnung, birgt im Gegensatz zu den Schallerscheinungen die großen theoretischen Schwierigkeiten, welche der Behandlung des Emissionsproblems entgegenstehen; er bedingt die Einführung besonderer Hypothesen, die entweder auf diesen Vorgang allein bezüglich sind, oder aber Veranlassung geben zur Schaffung gänzlich anderer Grundannahmen, zur Schaffung neuer Lichttheorien. Ist einmal der Emissionsvorgang geschehen, so verläuft alles wie beim Schall, und die Umsetzung der Strahlungsenergie in Wärme beim Auftreffen der Strahlung auf ponderable Materie ist die Umkehr des Emissionsvorganges, es ist die Resonanz.

Unter dieser Auffassung stellt sich der Kirchhoffsche Satz, genauer präzisiert das reziproke Verhältnis zwischen Emission und Absorption, eigentlich als etwas Selbstverständliches dar. Ein Körper, der fähig ist, alle Strahlungen der verschiedenen Schwingungsperioden zu emittieren, ist auch in der Lage, alle Strahlungen zu absorbieren. Oder ein Körper, der nur auf bestimmte Schwingungsarten abgestimmt ist, kann nur diese Schwingungsarten emittieren und absorbieren. Daß dies nach dem einfachen Gesetze $\frac{E}{A} = e$ erfolgt, läßt sich allerdings aus derartigen allgemeinen Betrachtungen nicht ableiten.

Die überaus schwierige Frage nach der Ursache der Verschiedenheit des Emissions- und damit des Absorptionsvermögens bei verschiedenen Substanzen kann an dieser Stelle noch nicht behandelt werden; es muß dies dem zweitnächsten Kapitel überlassen bleiben. Wohl aber läßt sich, nach Analogie des Schalls, ein ganz allgemeines Grundprinzip plausibel machen. Die festen und flüssigen Körper geben kontinuierliche Spektra, d. h. sie emittieren alle Strahlungsarten, wenn auch nicht immer merklich, und die Unterschiede in der Intensität der einzelnen homogenen Strahlungen in Abhängigkeit von der Substanz sind verhältnismäßig nur gering. Davon gänzlich verschieden ist das Emissionsvermögen der Gase, charakterisiert, wie schon hervorgehoben, durch eine im allgemeinen sehr geringe Intensität, die plötzlich für bestimmte Strahlungsarten zu mehr oder minder starken Maximis anschwillt. Wir nehmen an, daß bei den festen und flüssigen Substanzen die Moleküle in so engem Zusammenhange miteinander stehen, daß freie Schwingungen überhaupt nicht zustande kommen können, sondern daß alle möglichen Schwingungen entstehen, wie bei einem Holzklotz oder bei einer Membran, wobei durchaus nicht ausgeschlossen ist, daß die Intensität eines bestimmten Schwingungskomplexes besonders stark hervortritt: Das Emissionsvermögen ist darstellbar durch eine kontinuierlich verlaufende Kurve, die ein im allgemeinen nicht an den Endpunkten gelegenes Intensitätsmaximum hat.

Bei den Gasen ist der Zusammenhang der Moleküle so gelockert, daß nahe vollständig freie Schwingungen bestimmter Wellenlängen auftreten können, so wie sie bei den mechanischen Schwingungen von Körpern bestimmter Gestalt und Dimensionen entstehen, wie bei der Stimmgabel, gespannten Saiten, Zungen usw. Mehr als dieses Ähnlichkeitsbild ist aber zunächst nicht aufstellbar.

II. KAPITEL.

Die Kirchhoffsche Funktion.

Die mathematische Form der Kirchhoffschen Funktion, oder also des Emissionsvermögens des absolut schwarzen Körpers, allein in Abhängigkeit von der Temperatur, welches gleichzeitig das Verhältnis von Emission zu Absorption bei allen anderen Körpern — mit den bekannten Einschränkungen — darstellt, ist Kirchhoff selbst gänzlich unbekannt geblieben. Von ihr wußte er nichts anderes, als daß sie nach Analogie des Emissionsvermögens solcher fester Körper, die sich einigermaßen dem schwarzen Körper nähern, eine kontinuierlich verlaufende Kurve sein müsse, die je nach der Temperatur bei den kleineren Wellenlängen von Null nicht wesentlich verschieden ist. Daß das gleiche auch bei den größeren Wellenlängen stattfindet, daß sie also eine Kurve mit einem, in dem mittleren Bereich der Strahlung befindlichen Maximum ist, scheint ihm noch nicht bekannt gewesen zu sein. Ferner aber war er davon überzeugt, daß sie als universelle Funktion von sehr einfacher Form sein müsse, wie alle derartigen Funktionen, z. B. das Newtonsche Gesetz. Diese beiden Eigenschaften, d. h. der einfache kontinuierliche Verlauf, genügten aber auch vollständig zur Ableitung der berühmten, die Spektralanalyse begründenden Folgerung von der Identität der hellen Emissions- und der dunklen Absorptionslinien bei den verschiedenen gasförmigen Substanzen. Dieser letzte Schluß ist ein außerordentlich einfacher und gleichzeitig prägnanter. Das Emissionsvermögen der Gase, bei gegebener Temperatur, ist, wie die Beobachtung lehrt, eine sehr komplizierte Funktion der Wellenlänge, mit einer Reihe ausgeprägter Maxima verschiedener Intensität. Das Emissionsvermögen e des schwarzen Körpers ist dagegen eine einfache, kontinuierlich verlaufende Funktion. Das ist mit dem Satze $\frac{E}{A} = e$ nur zu vereinigen, wenn A dieselbe komplizierte Funktion der Wellenlänge ist, wie E, d. h. wenn A genau die gleichen Maxima

besitzt wie E, d. h. ein Gas, welches bestimmte Maxima der Strahlung emittiert, absorbiert aus kontinuierlicher Strahlung bei gleicher Temperatur genau dieselben Strahlungen der Emissionsmaxima. Den hellen Linien der Emission entsprechen die dunklen Linien der Absorption desselben Gases bei derselben Temperatur: das Prinzip der Resonanz. Damit aber die Erscheinung dunkler Linien überhaupt zustande kommen kann, muß eine weitere Bedingung erfüllt sein: Die Temperatur desjenigen Körpers, der die kontinuierliche Strahlung aussendet, aus der nachher durch das Gas absorbiert wird, muß höher sein als die Temperatur des absorbierenden Gases. Der Beweis hierfür ist wiederum ein sehr einfacher. Wenn weißes Licht eine Gasschicht passiert, so bleibt es für die meisten Wellenlängen nahe ungeändert. Diejenigen Wellenlängen, welche den Eigenschwingungen des Gases entsprechen, werden dagegen absorbiert und fehlen also nachher im weißen Licht. Das aus der Gasschicht austretende Licht ist aber nicht bloß durch diese Absorption verändert sondern auch durch die Emission des Gases, d. h. in den den Eigenschwingungen des Gases entsprechenden Wellenlängen ist das Licht nicht bloß geschwächt durch Absorption, sondern auch verstärkt durch Emission. Ist die Temperatur des Gases höher als diejenige der weißen Lichtquelle, so ist natürlich die Emission in der betreffenden Wellenlänge stärker als in der von der Lichtquelle kommenden Strahlung, die Absorption wird mehr als ersetzt, das Spektrum zeigt helle Linien auf hellem kontinuierlichen Grund. Ist die Temperatur des Gases niedriger als die der Lichtquelle, so überwiegt die Absorption, es treten dunkle Linien auf. Bei Temperaturgleichheit heben sich Emission und Absorption auf, die Strahlung der weißen Lichtquelle wird durch das dazwischentretende Gas nicht verändert: das Spektrum ist rein kontinuierlich.

Das Gegenverhalten von Emission und Absorption ergibt noch eine weitere, durch das Experiment leicht zu bestätigende Folgerung. Im allgemeinen sind die Emissionsmaxima, die ein Gas liefert, von sehr ungleicher Intensität; es treten gleichzeitig sehr helle und sehr schwache Linien auf.

Das Absorptionsspektrum muß genau dasselbe zeigen, entsprechend matte oder ganz schwarze Linien. Es muß hierbei aber immer wieder darauf hingewiesen werden, daß alle diese Betrachtungen nur gültig sind, wenn sich das Gas bei der Emission und bei der Absorption unter den genau gleichen physikalischen und chemischen Bedingungen befindet. So muß die Temperatur, die Dicke und die Dichte der Schicht in beiden Fällen genau dieselbe sein; auch darf bei der Absorption nicht etwa durch gewisse Strahlenkomplexe eine chemische Veränderung bewirkt werden.

Es sind nun nach Kirchhoff allmählich immer neue Kenntnisse über die Eigenschaften der J-Funktion gefunden worden; es wurden die Gesetze ermittelt, welche die Gesamtintensität der schwarzen Strahlung und die Lage des Strahlungsmaximums mit der Temperatur verbinden. Dann stellte Wien einen verhältnismäßig einfachen mathematischen Ausdruck für das Energieverteilungsgesetz der schwarzen Strahlung fest, welches bei mittleren Temperaturen eine vollständige Darstellung der Beobachtungen leistete, bei extremen Temperaturen und besonders bei den größeren Wellenlängen dagegen noch systematische Abweichungen zeigte. Endlich hat Planck den wahren mathematischen Ausdruck für die Kirchhoffsche Funktion gefunden, der die bisherigen feinsten Beobachtungen durchaus wiedergibt, und der auf Grund des Planckschen Beweises in dem gleichen Sinne als ein physikalisch wahrer Ausdruck betrachtet werden kann, wie das Newtonsche Gesetz. Es ist damit ein ganz gewaltiger Fortschritt, nicht bloß in theoretischer, sondern auch in praktischer Beziehung erlangt worden: Es sind nunmehr die Grundlagen für eine quantitative Spektralanalyse gegeben, mit der eine Reihe wichtiger Aufgaben in der Physik und Astrophysik, die bisher unzugänglich waren, zu lösen ist. In bezug auf die Ableitung der Energiegleichung muß auf das schon mehrfach zitierte Werk von Planck verwiesen werden.

Die Plancksche Energiegleichung lautet:

$$S_\lambda = \frac{C}{\lambda^5 \left(e^{\frac{c}{\lambda t}} - 1 \right)},$$

wodurch die Strahlungsenergie für eine beliebige Wellenlänge eindeutig als Funktion der absoluten Temperatur t festgelegt ist. C ist eine Konstante, die von der Versuchsanordnung abhängt, also kein allgemeines Interesse hat und etwa dem mit der J-Funktion verbundenen Faktor $\frac{w_1 w_2}{s^2}$ entspricht. Dagegen ist c eine universelle Konstante, deren Wert aus Beobachtungen zu ermitteln ist. Wählt man für λ als Einheit das Mikron, so ist für c nach den bisherigen Beobachtungen der Wert 14 600 anzunehmen. Es sei bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen, daß die Auffindung der Kirchhoffschen Funktion hauptsächlich dem innigen Zusammenarbeiten der theoretischen und praktischen Physiker zu verdanken ist, da ja jeder theoretische Fortschritt einer experimentellen Bestätigung bedurfte. Wir haben in theoretischer Beziehung die Namen Wien und Planck hervorgehoben, in experimenteller Beziehung sind zu nennen Lummer, Kurlbaum, Paschen, Pringsheim.

Es ist klar, daß die Plancksche Energiegleichung die schon vorher experimentell und theoretisch gefundenen Spezialgesetze der schwarzen Strahlung enthalten muß.

1. So liefert die Integration über die ganze Strahlungskurve, d. h. also die Gesamtstrahlung S des schwarzen Körpers $\int_0^\infty e \, d\lambda$ den Ausdruck $S = \sigma \cdot t^4$, d. h. die Gesamtstrahlung ist proportional der 4. Potenz der absoluten Temperatur. Es ist dies das schon länger bekannte Stefansche Gesetz, welches von Stefan[1]) experimentell gefunden, später von Boltzmann[2]) theoretisch begründet wurde. Dieser Beweis stützt sich auf die Maxwellsche elektromagnetische Lichttheorie, nach welcher jede auf eine schwarze Fläche senkrecht auftreffende Strahlung auf letztere einen Druck ausübt, welcher der in der Volumeneinheit durch die Ätherbewegung bedingten Energie entsprechen muß. Bei vollständig spiegelnder Fläche wird der Druck verdoppelt. Fällt die Strahlung unter dem Winkel ϑ gegen die Flächennormale ein, so ist bei vollständiger Re-

[1]) Wiener Ber. 79, 391.
[2]) Wiedem. Ann. 22, 291.

flexion nur die lebendige Kraft der normal zur Fläche stehenden Komponente maßgebend, und da sowohl das Bewegungsmoment als auch die auffallende Menge mit $\cos\vartheta$ multipliziert ist, so tritt also der Faktor $\cos^2\vartheta$ auf. Bezeichnet man die gesamte Energie der schwarzen Strahlung mit $\psi(t)$ (t = absolute Temperatur), so ist die Energie derjenigen Strahlen, welche in dem Elementarkegel, begrenzt durch ϑ und $\vartheta + d\vartheta$, liegen, welche sich in der Richtung gegen die gedrückte Fläche bewegen, und derjenigen, welche sich umgekehrt bewegen, $\frac{1}{2}\psi(t)\sin\vartheta\,d\vartheta$. Der gesamte Druck beider Strahlen ist daher auf die Flächeneinheit $\psi(t)\cos^2\vartheta\sin\vartheta\,d\vartheta$. Die Integration von o bis $\frac{\pi}{2}$ liefert für den gesamten Druck den Betrag $f(t) = \frac{1}{3}\psi(t)$.

Für die Funktionen f und ψ läßt sich nun nach dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie eine weitere Beziehung ableiten.

Es sei in einem wärmeundurchlässigen, schwarzen Hohlzylinder ein ebensolcher Stempel S verschiebbar; derselbe berühre anfangs die Basis B des Zylinders, welche den Flächeninhalt 1 und die Temperatur t_0 haben soll, und entferne sich von derselben (nach rechts) bis zur Distanz a. Die ganze, in Form von Strahlung zwischen B und S vorhandene Wärme $a\,\psi(t_0)$, sowie die ganze zur Bewegung von S aufgewendete Wärme $a\,f(t_0)$ werde von B geliefert, in Arbeitsmaß gemessen. Nun werde der Raum zwischen B und S durch einen zweiten Stempel E abgesperrt, so daß sein Zustand sich jetzt adiabatisch ändert, und der Stempel S, welcher wie die Mantelfläche des Zylinders nur verschwindend wenig Wärme enthalten soll, bewege sich noch um das Stück x weiter. Für diese Zustandsänderung ist dann

$$d[(a + x)\,\psi(t)] = -f(t)\,dx\,.$$

Der Raum rechts von S und die ihn begrenzende Gegenfläche G des Zylinders soll immer die schließlich auch links entstehende Temperatur t gehabt haben. Alle rechts vom Stempel S sowohl durch Arbeitsleistung als auch durch Volumenverkleinerung gewonnene Wärme $(a + x)\,[\psi(t) + f(t)]$ soll an der Gegen-

fläche G aufgenommen worden sein. Der Prozeß ist umkehrbar; es ist also

$$\frac{(a+x)\,[\psi(t)+f(t)]}{t} = \frac{a\,[\psi(t_0)+f(t_0)]}{t_0} = c\,.$$

Betrachtet man a, t_0 und c als konstant, x und t als veränderlich, so ergibt sich mit Beachtung des Differentials der letzten Gleichung das Resultat:

$$\psi(t)\,dt + f(t)\,dt = t\,df(t)\,,$$

oder

$$f(t) = t\int\frac{\psi(t)}{t^2}\,dt\,.$$

Da nun

$$f(t) = \tfrac{1}{3}\psi(t)$$

ist, so folgt

$$\frac{t}{3}\,d\psi(t) = \frac{4}{3}\psi(t)\,dt\,.$$

Die Integration ergibt:

$$\psi(t) = c\,t^4\,,$$

d. h. das Stefansche Gesetz.

2. Bezeichnet man mit λ_{max} diejenige Wellenlänge, für welche die Strahlung bei beliebiger Temperatur den relativen Maximalbetrag besitzt, so führt die Plancksche Energiegleichung zu der einfachen Beziehung $S_{\lambda max} = k\,t^5$, d. h. die jedesmalige Maximalstrahlung ist proportional der 5. Potenz der absoluten Temperatur.

3. Die Wellenlänge λ_{max} nimmt aber für jede Temperatur einen anderen Wert an, der sich ebenfalls leicht ableiten läßt. Es wird nämlich

$$\lambda_{max}\cdot t = A\,,$$

d. h. mit steigender Temperatur wird die Wellenlänge des Strahlungsmaximums proportional der Temperatur nach den kleineren Wellen hin verschoben; es ist dies das ebenfalls schon früher von Wien abgeleitete Verschiebungsgesetz. Die Konstante A hängt mit der Konstante c der Planckschen Energiegleichung

sehr einfach zusammen, indem nach den bisherigen Beobachtungen zu setzen ist:

$$A = \frac{c}{4{,}965} = 2940 .$$

Die Eigenschaften der Kirchhoffschen Funktion lassen sich nunmehr, an der Hand der drei Spezialgesetze, allgemein klarlegen. Sie ist durch Kurven darstellbar, deren Werte sowohl für die ganz großen als auch für die ganz kleinen Wellenlängen nahe mit der Abszissenachse zusammenfallen, während sich bei den mittleren Werten ein Maximum befindet. Die Steilheit der Kurven wächst mit zunehmender Temperatur ganz ungemein stark, indem die Fläche mit der 4. Potenz, die Maximalhöhe sogar mit der 5. Potenz zunimmt. Es ist dies am besten durch ein Beispiel zu erläutern, wobei wir die Temperaturen 0° C; 1000° C (Schmelzpunkt des Silbers) und 6000° C, oder absolut 273°, 1273° und 6273° zugrunde legen wollen. Bezeichnet man die Gesamtstrahlungsmenge bei 0° C mit 1, so ist sie bei 1000° C bereits 470, bei 6000° 280 000. Denken wir uns die Strahlungskurve in einem solchen Maßstab gezeichnet, daß ihre Maximalhöhe bei 0° C 1 mm beträgt, so erreicht sie bei 1000° C bereits 2,2 cm und bei 6000° C schon 6,4 km. Gleichzeitig verschiebt sich das Maximum mit zunehmender Temperatur immer mehr nach den kürzeren Wellen hin. Bei 0° C befindet es sich im äußersten Ultrarot bei der Wellenlänge 17 μ, bei 1000° C auch noch im unsichtbaren ultraroten Teil bei 2,3 μ; bei 6000° C liegt es dagegen bei 0,47 μ, also im Blau. Bei höheren Temperaturen ist hiernach der Abfall der Intensität im Maximum nach den kleinen Wellenlängen hin ungemein steil; muß er doch bei 6000° C von 0,47 μ bis 0 zu 0 verlaufen.

Es läßt sich nun, wie schon angedeutet, mit Hilfe der Kirchhoffschen Funktion eine große Anzahl von quantitativen Aufgaben lösen, von denen wir nur zwei Arten, die Emission und die Absorption betreffend, hier anführen wollen. Die Temperatur einer schwarzen Strahlungsquelle läßt sich zunächst unmittelbar aus Strahlungsmessungen bestimmen, und zwar

nach verschiedenen Methoden. — Nach der ersten dieser Methoden braucht man überhaupt keine eigentlichen Strahlungsmessungen anzustellen, sondern nur vermittels eines Strahlungsmessers (z. B. Bolometer) in der spektral zerlegten Strahlung die Lage des Strahlungsmaximums zu konstatieren. Dann liefert das Wiensche Verschiebungsgesetz ohne weiteres die gesuchte absolute Temperatur. Praktisch ist allerdings diese Aufgabe nicht so einfach zu lösen, als es hiernach scheinen könnte, da bei der notwendigen spektralen Zerlegung keinerlei Veränderungen in der relativen Intensität der Strahlungen der verschiedenen Wellenlängen infolge von Absorption usw. eintreten dürfen. Die zweite Methode würde sein, das Verhältnis der Strahlungsintensitäten zweier verschiedener Wellenlängen zu messen. Hieraus resultiert nach der Planckschen Gleichung direkt die absolute Temperatur; auch hierbei ist aber spektrale Zerlegung der Strahlung oder wenigstens Isolierung gewisser Spektralbezirke erforderlich. Die verhältnismäßig einfachste Methode besteht in der Messung der Gesamtstrahlung in absolutem Maß, und zwar für einen schwarzen Körper von bereits bekannter Temperatur und für den mit unbekannter Temperatur. Letztere ist aus ersterer dann durch das Stefansche Gesetz gegeben.

Als Beispiel einer Absorptionsaufgabe möge das Folgende dienen. Kennt man die Lage und Ausdehnung der Absorptionsgebiete eines Gases oder einer Flüssigkeit, so läßt sich der Absorptionsverlust für eine schwarze Strahlung von bekannter Temperatur ermitteln, indem man, am einfachsten graphisch, nach der Energiegleichung einzelne Punkte der Strahlungskurve berechnet, letztere durch diese Punkte hindurchlegt und die Absorptionsgebiete hineinzeichnet. Die Absorption ist dann gleich dem Verhältnis der Absorptionsflächenräume zur Gesamtfläche der Kurve. Ist die Absorption innerhalb der bekannten Gebiete keine vollständige, so wird hierdurch die Aufgabe komplizierter.

Die Anwendung der Kirchhoffschen Funktion auf die Temperaturbestimmung selbstleuchtender Himmelskörper ist nun leider dadurch eine sehr beschränkte, daß der schwarze Körper

in der Natur nicht als solcher vorkommt. Im Laboratorium kann er ja bis zu Temperaturen von etwa 1800° in höchst vollkommener Weise hergestellt und benutzt werden; aber es ist nicht ohne weiteres vorauszusehen, daß die von den Himmelskörpern zu uns gelangende Strahlung als eine schwarze angenommen werden kann.

Schließen wir uns hier der Ansicht an, daß die Photosphären von Sonne und den anderen Fixsternen aus glühenden Gasen bestehen, in denen feste oder flüssige Kondensationsprodukte suspendiert sind, wie bei unseren Leuchtflammen, so dürfte man allerdings bei der doch stets nach Tausenden von Kilometern zählenden Dicke dieser Schichten schwarze Strahlung genähert erwarten; daß aber die zu uns gelangende Strahlung tatsächlich eine bestimmt definierte schwarze wäre, ist aus zwei Gründen nicht wahrscheinlich. Die Temperatur der Photosphären ist keine gleichförmige; in den tieferen Schichten wird sie höher sein als in den oberen. Und auch räumlich nebeneinander werden merkliche Unterschiede vorhanden sein, wie bei der Sonne die Flecken, Fackeln und die Granulation lehren. Es kann sich also nur um eine Summierung schwarzer Strahlungen von verschiedener Temperatur handeln. Noch bedenklicher aber erscheint der Umstand, daß oberhalb der Photosphäre eine absorbierende oder zerstreuende Atmosphäre vorhanden ist, die, bei der Sonne wenigstens, die Strahlung in ganz erheblichem Maße modifiziert.

Sehen wir aber auch von den kompliziert zusammengesetzten Weltkörpern ab, so ist die Verwendung der Kirchhoffschen Funktion bei anderen einfachen festen oder flüssigen Körpern ebenfalls nicht ohne weiteres gestattet. Das Emissionsvermögen der Körper weicht im allgemeinen recht stark von demjenigen des schwarzen Körpers ab; wie es scheint, besonders stark, je tiefer die Temperatur liegt. Am nächsten kommt der Kohlenstoff in feinverteiltem Zustand (Ruß), dessen Gesamtstrahlung etwa 2% von der schwarzen Strahlung abweicht. Am stärksten von den Metallen scheint das Emissionsvermögen des Platins abzuweichen; aber diese Körper, die überhaupt unter den Kirchhoffschen Satz fallen,

zeigen doch Emissionskurven, die mit dem schwarzen Strahlungsvermögen große Ähnlichkeit besitzen, weil die Unterschiede des Absorptionsvermögens nicht so groß sind, daß sie das ungemein Charakteristische der schwarzen Strahlungskurve verwischen könnten. Sie weisen alle ein Strahlungsmaximum auf, welches sich nach dem Wienschen Gesetze verschiebt. Bei Platin brauchte z. B. die Konstante A dieses Gesetzes nur durch 2630 ersetzt zu werden. Es wäre das aber nur eine formale Darstellung. Eine physikalisch deutbare Darstellung der Energiekurven bei anderen Körpern als den schwarzen kann nur dadurch gegeben werden, daß der Planckschen Gleichung, bei Beibehaltung der Naturkonstante, für jede Wellenlänge ein experimentell zu bestimmender Faktor zugesetzt wird (das betreffende Absorptionsvermögen).

III. KAPITEL.

Das Emissionsvermögen der Gase.

Das für die praktische Spektralanalyse wichtigste Kapitel von der Emission der Gase ist gleichzeitig leider auch eines der dunkelsten der ganzen Physik. Kaum auf einem anderen Gebiete stehen sich die Meinungen der verschiedenen Physiker so schroff einander gegenüber, wie hier. Der Grund hierfür ist die Komplikation der Erscheinungen; ein reines, einwandfreies Experiment ist kaum möglich, und doch nur an ein solches können sich theoretische Betrachtungen knüpfen. Um die Emission der Gase sichtbar resp. untersuchbar zu machen, sind besonders hohe Temperaturen erforderlich, bei denen man niemals vor chemischen oder elektrischen Prozessen gesichert ist. Speziell bei der Leuchterregung der Gase durch elektrische Vorgänge treten ungemeine Komplikationen auf. Der Funke z. B. ist durchaus nichts Homogenes; die verschiedensten Leitungsvorgänge finden unmittelbar neben- oder untrennbar schnell hintereinander statt; Temperatur und Dichtigkeit variieren im Querschnitt der leuchtenden Gasschicht in ver-

wickelter Weise. Das Spektrum des Bogens oder Funkens ist stets ein Mischspektrum.

Selbst die scheinbar einfache Leuchterregung in Flammen ist wahrscheinlich sehr komplizierter Natur. Man weiß hierbei nicht einmal, ob die beobachtete Emission den dissoziierten Elementen angehört oder den chemischen Verbindungen mit Sauerstoff, Chlor usw. Sind für die Emission die Temperaturen der Flammen maßgebend, so wie sie etwa durch ein Thermoelement ermittelt werden können, oder chemische Prozesse, bei denen im einzelnen sehr viel höhere Temperaturen auftreten? Einige Physiker gehen so weit, den Temperaturbegriff bei der Gasemission überhaupt gänzlich auszuschalten; es sollen nur Lumineszenzerscheinungen vorliegen. Das klassische und entscheidende Experiment würde darin bestehen, das Spektrum von Gasen zu untersuchen, die durch direkte Wärmezufuhr von außen in genügend dicken Schichten zum Leuchten gebracht werden, ohne daß chemische Einflüsse der umhüllenden Materialien in Frage treten könnten. Dieses Experiment ist aber bis heute nicht ausführbar gewesen.

Bei niedrigen Temperaturen lassen sich diese Versuchsbedingungen leicht herstellen; die Strahlungsenergie der Gase ist aber alsdann im allgemeinen für unsere Beobachtungsmittel viel zu gering, und nur in vereinzelten Fällen, z. B. bei der Kohlensäure mit ihren sehr ausgedehnten Emissionsmaximis im Ultrarot, ist man zu verwendbaren Resultaten gelangt, die es allerdings unzweideutig bestätigen, daß auch bei Gasen reine Temperaturstrahlungen vorkommen. Meines Erachtens nach läßt sich die Frage, ob überhaupt bei Gasen reine Temperaturstrahlungen vorkommen können, auf umgekehrtem Wege sehr einfach bejahend beantworten, und zwar ohne Zirkelschluß. Daß der Kirchhoffsche Satz auch für Gase gültig sei, ist vielfach bestritten worden. Nachdem man aber gelernt hat, ihn als die unmittelbare Konsequenz von Resonanzerscheinungen aufzufassen, dürfte gerade bei Gasen seine Gültigkeit nicht anfechtbar sein. Nun zeigt z. B. der Bromdampf in einem geschlossenen Glasgefäße bei gewöhnlicher Zimmertemperatur ein ausgeprägtes und charakteristisches

Absorptionsspektrum, wobei chemische und elektrische Erregungen gänzlich ausgeschlossen sind; nach dem Kirchhoffschen Satze würde er dieses selbe Spektrum bei Zimmertemperatur emittieren, d. h. das Emissionsvermögen würde in den ausgeprägten Maximis auch bei dieser niedrigen Temperatur nicht Null sein, wenn auch so gering, daß es schwer nachweisbar sein dürfte, doch scheint dies bereits durch Beobachtung in neuerer Zeit bestätigt worden zu sein[1]).

Ohne irgend eine Vollständigkeit erstreben zu wollen, möchten wir im folgenden kurz Andeutungen über die verschiedenen Gasemissionstheorien geben; eine recht vollständige Darstellung hierüber ist zu finden in dem Handbuch der Spektroskopie von Kayser, Band II, in dem allerdings die neueste Theorie, die Elektronentheorie, noch nicht enthalten ist.

Von den vielen Emissionstheorien der Gase wollen wir hier einige herausgreifen, die besonders charakteristisch sind. Die auf Grundlage der Vibrationstheorie beruhenden, rein mechanistischen Anschauungen sind besonders prägnant von Wüllner[2]) ausgesprochen worden, an die wir uns zunächst anlehnen wollen.

In einem festen oder flüssigen Körper werden durch Wärmezufuhr die Schwingungsbewegungen der Moleküle immer stärker und stärker; da die Moleküle untereinander in Verbindung stehen, so sind die Schwingungen insofern un-

---

[1]) Nach Abfassung dieser Bemerkungen ist es King auf dem Mount Wilson Observatory gelungen, in einem elektrisch geheizten, aus Graphit bestehenden Ofen Temperaturen bis zu nahe 3000° zu erzeugen und in demselben Metalle, wie Eisen, Titan und Vanadium, zur Verdampfung zu bringen. Die Spektra dieser, durch reine Temperaturerhöhung strahlenden Gase unterscheiden sich nur in verhältnismäßig geringer Weise von den entsprechenden im elektrischen Bogen erzeugten. Hierdurch dürfte nunmehr die oben gekennzeichnete Frage definitiv im Sinne unserer Auseinandersetzungen entschieden sein: „Die angeführten Metalldämpfe geben die bisher bekannten Spektra bei reiner Temperaturstrahlung." Die Spektra selbst gehören den betreffenden Metallen an und nicht den Verbindungen mit Sauerstoff oder Chlor. Es ist diese Konstatierung der reinen Temperaturstrahlung bei Gasen von eminenter Wichtigkeit für die ganze Spektralanalyse, und es erscheinen weitere Bestätigungen in dieser Richtung daher dringend wünschenswert.

[2]) Pogg. Ann. N. F. XXXIV.

geordnet, als sie sich nicht auf bestimmte Periodenbezirke beschränken; im allgemeinen befolgen die Intensitäten der verschiedenen Perioden ähnliche Gesetze, wie beim schwarzen Körper die Kirchhoffsche Funktion.

In einem Gase sind die einzelnen Moleküle unabhängig voneinander, indem sie in geradlinigen Bewegungen befindlich sind, bis eine Ablenkung durch den Zusammenstoß mit einem anderen Molekül erfolgt. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle sind nach dem Zufall verteilt; die hiernach zu definierende mittlere Geschwindigkeit (genauer das mittlere Geschwindigkeitsquadrat) aber ist das Maß für die äußere Temperatur des Gases, d. h. diejenige Temperatur, welche ein keinen anderen Einflüssen als der Berührung mit dem Gase ausgesetztes Thermometer angibt. Diese mittlere Geschwindigkeit steigt mit der Temperaturerhöhung des Gases. Durch die Zusammenstöße der Moleküle werden letztere in Schwingungen versetzt, und zwar in freie Schwingungen, d. h. also Schwingungen von ganz bestimmten Periodenlängen, die von der chemischen resp. physikalischen Natur der Moleküle abhängen; die Gase besitzen demnach charakteristische Spektra. Je nach der Geschwindigkeit der zusammenstoßenden Moleküle ist die Intensität der Schwingungen innerhalb derselben Gasmasse eine verschiedene. Es ist demnach keineswegs ausgeschlossen, sondern sogar wahrscheinlich, daß bei allen Temperaturen einzelne Moleküle einer ausgedehnten Gasmasse derartig stark gegeneinander prallen, daß die den Molekülen möglichen lichterregenden Schwingungen entstehen, daß es somit für die Gase überhaupt keine bestimmte Glühtemperatur in dem für feste und flüssige Körper gültigen Sinne gibt; das heißt also, daß bei einer gegebenen Gasmasse Bedingung der Lichtaussendung nicht eine bestimmte Temperatur der Gasmasse als solcher ist. Wir werden ein Gas leuchten sehen, wenn es eine hinreichende Anzahl von Stößen enthält, welche genügen, um einzelne Moleküle in solche Schwingungen zu versetzen, daß die im Äther fortgepflanzten Schwingungen eine hinreichend große Amplitude besitzen, um wahrgenommen zu werden.

Wenn das Leuchten eines Gases durch äußere Zufuhr von Wärme bewirkt wird, so wird es allerdings bei einer bestimmten Temperatur beginnen, welche aber wahrscheinlich beträchtlich höher liegen wird als bei festen oder flüssigen Körpern, da nur ein Teil aller Moleküle gleichzeitig Licht erregen wird, während dies nach Wüllner bei festen und flüssigen Körpern alle Moleküle gleichzeitig betrifft. — Ähnlich wie bei den festen Körpern hängt übrigens das Sichtbarwerden des Leuchtens vom Emissionsvermögen ab. Dasselbe ist im allgemeinen bei den Gasen sehr klein, das Sichtbarwerden des Glühens kann also unter Umständen, nämlich bei geringer Schichtendicke, selbst bei den höchsten Temperaturen ausbleiben; ebenso, wenn man ein bestimmtes Strahlungsgebiet betrachtet, in welchem keine Linien enthalten sind, das Emissionsvermögen also verschwindend klein ist.

Bis hierher haben wir nur reine Temperaturstrahlung im Auge gehabt. Wenn nun durch andere Kräfte einzelne Moleküle einer Gasmasse zum Leuchten gebracht werden, so kann der Fall eintreten, daß wenn auch die mittlere Temperatur der ganzen Gasmasse eine sehr geringe ist, die ganze Gasmasse scheinbar leuchtet. Man sagt dann, das Gas leuchte bei niedriger Temperatur; in Wirklichkeit aber leuchten nur diejenigen Moleküle, welche überhaupt die Lichtaussendung bewirken, bei der ihnen zukommenden hohen Temperatur.

Derartige Kräfte können chemische sein; so wird das phosphorische Leuchten der vom Phosphor aufsteigenden Dämpfe eine Glüherscheinung einer beschränkten Zahl von Molekülen sein, welche durch die Oxydation erregt werden. Das leuchtende Gemisch von Phosphordampf und Luft kann dabei, weil es doch nur eine geringe Zahl von Molekülen ist, welche glühen, eine von derjenigen der Umgebung nicht merklich verschiedene Temperatur haben.

Ganz besonders kann eine solche partielle Glüherscheinung durch elektrische Kräfte erregt werden. In den Spektralröhren wird die Anzahl der Moleküle, welche durch den elektrischen Strom zum Glühen gebracht werden, nur eine relativ geringe

sein, daher kann die mittlere oder äußere Temperatur der Gasmasse eine recht niedrige bleiben.

Das Auftreten verschiedenartiger Spektra von ein und demselben Stoffe läßt sich leicht deuten. Linienspektra geben die Schwingungen der einfacheren Moleküle, Bänderspektra die der komplizierter gebauten, z. B. die chemischen Verbindungen. Auch die Umwandlung der verschiedenartigen Linienspektra je nach der Art der Leuchterregung läßt sich bei reiner Temperaturstrahlung erklären durch die Annahme, daß je nach der Temperatur ein Element in verschiedenen allotropen Modifikationen auftreten kann, die sich neben anderen physikalischen Eigenschaften auch durch die Art ihrer Spektra unterscheiden. Allmähliche Übergänge finden statt, wenn bei mittleren Temperaturen ein Gemenge der beiden Modifikationen vorhanden ist.

Es muß nun darauf hingewiesen werden, daß an der Anwendbarkeit der mechanistischen Emissionstheorien nichts Wesentliches geändert zu werden braucht, wenn der große Schritt zur Maxwellschen Lichttheorie getan wird. An sich ist es gleichgültig, ob die Erregung der Ätherwellen durch mechanische Schwingungen der Körpermoleküle vor sich geht oder durch den Wechsel des elektrischen Potentials innerhalb der Moleküle; wenn diese elektrischen Schwingungen durch die Zusammenstöße der Moleküle tatsächlich hervorgerufen werden können, so bleibt eine Abhängigkeit der Gasemission von der äußeren Temperatur bestehen. Die Frage, ob die gesamte innere Bewegungsenergie in die Strahlung umgesetzt wird oder nicht, bleibt natürlich offen, sie tut dies aber auch bei der rein mechanistischen Anschauungsweise.

Von denjenigen Theorien, welche zur Hervorbringung der Gasemission auch andere Kräfte als bloß die Wärmeenergie hinzuziehen, möge die sogenannte Lumineszenztheorie von E. Wiedemann[1]) kurz dargestellt werden.

Wiedemann nimmt an, daß in Gasen die Moleküle eine translatorische Bewegung besitzen, und daß fernerhin sowohl die materiellen Teile des Moleküls als auch die dasselbe um-

[1]) Wiedem. Ann. 34.

gebende Ätherhülle eine rotatorische und eine oszillatorische Bewegung um den Schwerpunkt ausführen. Die translatorischen Bewegungen können nur sehr schwache Emissionen hervorbringen, und nur die Schwingungen der materiellen Teilchen der Moleküle können die den Gasen eigentümlichen Spektra erzeugen.

Die das Leuchten hervorrufenden Bewegungen der Moleküle werden Leuchtbewegungen genannt. Als Intensität der Lichtschwingungen wird diejenige Energie bezeichnet, welche die von den Körpermolekülen ausgehenden Lichtschwingungen mit sich führen, als Leuchtenergieinhalt aber die Energie derjenigen Bewegungen der Moleküle oder ihrer Atome, die das ausgestrahlte Licht hervorrufen.

Nach der kinetischen Gastheorie würde nun ein normaler Zustand der sein, wenn bei konstanter Temperatur ein ganz bestimmtes Verhältnis zwischen den kinetischen Energien der der Temperatur entsprechenden translatorischen Bewegungen und denen der intramolekularen Bewegungen, sowohl im ganzen als auch für jede Art derselben, also auch zwischen denjenigen der translatorischen Bewegung und den Leuchtbewegungen besteht. Wird durch äußere Ursachen dieses Verhältnis gestört, so wird sich nach einiger Zeit der normale Zustand wiederherstellen.

Es können nun aber Zustände eintreten, bei denen das normale Verhältnis dauernd gestört ist, und zwar besonders in dem Sinne, daß die Leuchtenergie eine stärkere ist, als der betreffenden Temperatur zukommt. Ein derartiges Leuchten wird im Gegensatz zum normalen Leuchten als Lumineszenz bezeichnet und durch Vorsetzung einer weiteren Bezeichnung je nach der anregenden Ursache charakterisiert. So gibt es also z. B. Chemi-, Elektro-, Photolumineszenz.

Als Lumineszenztemperatur wird diejenige definiert, bei der ein Körper, für sich erhitzt, für eine in jedem Falle anzugebende Wellenlänge Strahlung von derselben Intensität liefern würde, wie er es infolge der Lumineszenzprozesse tut.

Das Auftreten von Licht bei den Lumineszenzerscheinungen läßt sich zunächst bei Gasen nicht daraus erklären, daß infolge

der verschiedenen Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle, wie sie aus der kinetischen Gastheorie folgen, einzelne Moleküle eine sehr hohe Temperatur besitzen und daher leuchten. Denn bei der durch die große Geschwindigkeit der translatorischen Bewegung definierten Glühtemperatur werden die meisten Substanzen zersetzt sein, so vor allem alle im Dampfzustand fluoreszierenden und phosphoreszierenden organischen Substanzen. Dasselbe gilt für feste und flüssige Körper, nur sind hier die Grenzen, innerhalb deren die Geschwindigkeiten der Moleküle eingeschlossen sind, weit enger als bei den Gasen.

Das durch Lumineszenz erzeugte Licht folgt demselben Satze nicht, wie z. B. das Verhalten der fluoreszierenden Körper zeigt, welche Licht von anderer Brechbarkeit aussenden, als der des absorbierten Lichts. Durch die Prüfung, ob der Kirchhoffsche Satz gilt oder nicht, sind wir übrigens häufig imstande, beide Phänomene voneinander zu sondern.

Um die Ursachen aufzufinden, warum bei den glühenden Körpern der Kirchhoffsche Satz gilt, und warum dies bei den lumineszierenden Körpern im allgemeinen nicht der Fall ist, kann folgende Betrachtung aufgestellt werden.

In einem Gase findet bei den Zusammenstößen der Moleküle ein fortwährender Austausch zwischen translatorischer und intramolekularer Energie statt, von welch letzterer der Leuchtenergieinhalt einen Teil bildet, so daß sich ein mittlerer Zustand ausbildet. Wenn irgend ein Molekül einen Zuwachs an intramolekularer Energie erfährt, wie bei der Absorption auffallenden Lichts, so wird es diesen bei den nächsten Zusammenstößen wieder abgeben, und hat es einen Defekt an intramolekularer Energie, so wird es diesen ersetzt erhalten. Das Emissionsvermögen beruht nun darauf, wie leicht der bei den Zusammenstößen erzeugte, dem Leuchtenergieinhalt entsprechende Teil dieser intramolekularen Energie in Form von Lichtschwingungen wieder ausgegeben wird, also von den Reibungen zwischen den schwingenden Körpermolekülen und dem umgebenden Äther. Die Absorption hängt von derselben Größe ab, also auch von der Struktur der Moleküle.

Da aber einerseits das Emissionsvermögen um so größer ist, je größer diese Reibung, und da andererseits das Absorptionsvermögen gleichfalls mit dieser wächst, so müssen auch Absorptionsvermögen und Emissionsvermögen miteinander parallel gehen, und so muß bei allen Körpern, bei denen allein diese Wechselbeziehung eine Rolle spielt, der Kirchhoffsche Satz gelten. Die Anwendbarkeit des Kirchhoffschen Satzes auf Leuchterscheinungen setzt also eine gleichmäßige Verwandelbarkeit der intramolekularen Energie, speziell der Leuchtenergie in translatorische Energie und umgekehrt, voraus; denn das Verhältnis von absorbierter und emittierter Energie kann alsdann bei der gleichen Temperatur nur noch Funktion der Wellenlänge sein.

Liegen aber die Verhältnisse derart, daß die durch einfallendes absorbiertes Licht usw. erzeugten intramolekularen Energien nicht schon nach wenigen Zusammenstößen sich rückwärts in translatorische Bewegungen umwandeln, so wird allmählich der Leuchtenergieinhalt gesteigert und eine neue Emission zu derjenigen, die durch Temperatur bedingt ist, hinzugefügt, also eine Lumineszenz erzeugt.

Daß hierbei nicht mehr der Kirchhoffsche Satz gelten kann, ist klar, da die Strukturverhältnisse in den Molekülen eben derart sind, daß die demselben zur Voraussetzung dienende gleichmäßige Verwandelbarkeit von Leuchtenergie in translatorische, und umgekehrt, nicht mehr vorhanden ist. Nach Wiedemann scheint es sogar, als ob der Kirchhoffsche Satz nur für einen idealen Fall gelten kann, nämlich nur dann, wenn in dem leuchtenden Körper durch die Absorption keine Steigerung der Leuchtbewegungen hervorgerufen wird. Hier kann auch nur für denjenigen Teil der Leuchtbewegungen, der nicht in Lumineszenz besteht, der Satz von Kirchhoff bestehen.

Im großen und ganzen ist die Wiedemannsche Lumineszenztheorie nur eine prägnante Darstellung der eben schon lange aufgestellten Ansicht, daß zur Erregung des Leuchtens auch andere Kräfte als die Wärme geeignet sind, woran ja niemand zweifeln wird. Daß sich diese Theorie in einen scharfen Gegensatz zu der Wüllnerschen Theorie stellt, dürfte unnötig er-

scheinen; denn derselbe beruht nur auf der Behauptung, daß bei der durch die großen Geschwindigkeiten der translatorischen Bewegungen definierten Glühtemperatur die meisten Substanzen zersetzt sein würden. Diese Behauptung läßt sich nicht beweisen, da wir nicht wissen, wieviel translatorische Energie beim Zusammenstoßen in intramolekulare Energie umgesetzt wird.

Wahrscheinlich sind die inneren Vorgänge beim Leuchten der Gase viel komplizierter, als in den oben auseinandergesetzten Anschauungen angenommen ist, und doch scheint man gerade hiermit zu klareren Begriffen zu kommen. Es ist die neue Elektronentheorie, welche geeignet sein dürfte, einen verständlichen Einblick in das Wesen der Emission zu geben.

Eine genauere Orientierung über die Elektronentheorie selbst kann wegen der Kürze ihres Bestehens noch nicht allgemein vorausgesetzt werden; sie soll daher an dieser Stelle gegeben werden, wesentlich auf Grundlage des Lehrbuches von J. Stark, Die Elektrizität in Gasen.

Neben den zwei bekannten Grundprinzipien der Naturwissenschaften: die Erhaltung der Energie und die Erhaltung der Masse, ist als drittes die Erhaltung der Elektrizität zu setzen. Es gibt primär in der Welt vorhandene positive und negative Elektrizitätsmengen. Die Anordnung dieser Elektrizitätsmengen kann variiert werden wie bei Energie und Masse zur Hervorrufung elektrischer Erscheinungen, die Menge der Elektrizität bleibt die gleiche. Die Elektrizität selbst besteht aus der Summierung kleinster, nicht mehr teilbarer Elementarquanten, die Elektrizitätsatome, von denen es nur zwei Arten gibt, die positiven und die negativen; die Massen der Elektrizitätsatome sind einander gleich. Erfahrungsgemäß ist die Elektrizität immer mit Masse verbunden, und hiernach ist die Hypothese berechtigt, daß Elektrizität und Masse überhaupt nicht getrennt auftreten, sondern einem und demselben Raumteil angehören; d. h. das elektrische Elementarquantum ist stets mit einem Elementarquantum der Masse verbunden; diese Vereinigung ist das „Atom" im chemischen und elektrischen Sinne und wird Elektron genannt. Die Ladungen der

Elektronen sind entgegengesetzt gleich groß; die Masse des negativen Elektrons ist etwa 1000 mal kleiner als diejenige des Wasserstoffatoms; die Masse des positiven Elektrons ist noch nicht bekannt. Die chemischen Elemente sind aus den positiven und negativen Elektronen aufgebaut; es sind Gleichgewichtssysteme aus ebensoviel negativen wie positiven Elektronen; ein chemisches Atom hat daher die Gesamtladung Null. Besitzt ein Massenteilchen ein oder mehrere Elektronen eines bestimmten Vorzeichens im Überschuß, so ist es elektrisch geladen und wird ein Ion genannt, weil es sich unter dem Antrieb der elektrischen Kraft zu bewegen strebt. Ein elektrischer Strom ist die gerichtete Bewegung von positiven und negativen Ionen in entgegengesetzter Richtung, wobei in der einen Richtung mehr positive als negative Ladung befördert wird. Mit dieser Bewegung ist nach dem oben Definierten auch stets ein Transport von Masse verbunden.

Die Elektronen sind in dem vollkommen stetig gedachten Äther eingebettet und sind selbst Teile des Äthers, der also am Orte der Elektronen andere Eigenschaften besitzt als sonst. Das Elektron ist dabei zeitlich unbegrenzt. Nach dieser Auffassung ist die Wechselwirkung zwischen Materie und Äther sehr einfach. Als ein Stück des Äthers überträgt ein Massenteilchen eine von ihm ausgehende Bewegung oder Verschiebung auf den umgebenden Äther und umgekehrt.

Diese angenommene räumliche Modifikation des Äthers setzt aber das Vorhandensein einer räumlich verteilbaren, ihm zuzueignenden Größe voraus, und als solche wird nach der Erfahrung die Energie zu betrachten sein, die im Äther vorhanden ist, deren Menge und Dichte von Raumteil zu Raumteil zeitlich veränderlich ist. In einem Elektron und an dessen Grenzen besitzt die Verteilung der Energie im Äther eine besondere Form. Will man hierbei noch weiter gehen, so kann die Energie des Äthers — wie die kinetische Energie — als Funktion der Geschwindigkeit dargestellt werden. Innerhalb des Elektrons muß diese Ätherbewegung eine andere sein als außerhalb, und wegen der zeitlichen Permanenz des Elektrons muß sie also eine zyklische sein, d. h. ein Ätherwirbel, womit

man wieder auf bereits sehr alte Anschauungen zurückgekehrt ist.

Die folgenden Darlegungen Starks über die Elektronentheorie wollen wir ihres allgemeinen Interesses halber wörtlich zitieren:

„Ein Elektron und damit auch ein Ion haben wir immer als ein Energiezentrum zu betrachten. Einmal kann es kinetische Energie besitzen, sei es translatorische in einer bestimmten Richtung, sei es rotatorische um eine bestimmte Achse. Sodann ist es immer ein Zentrum potentieller Energie. Diese beschränkt sich nicht allein auf seinen Körper, sondern auch auf den umgebenden reinen Äther. Ist das Elektron ein Wirbel, so ist ja um seinen Körper herum der Äther ebenfalls in Bewegung, und zwar in Zirkulation. Die durch diese bestimmte Energie nimmt von dem Elektron weg bis in unendliche Entfernung ab zu Null, die gesamte in dieser Weise auf das Elektron oder Ion zentrierte Menge potentieller Energie besitzt einen endlichen Wert."

„Die an ein Elektron geknüpfte potentielle Energie kann in verschiedenen Formen auftreten. Die wichtigste und bekannteste darunter ist die elektrische Spannung oder das elektrische Potential. Ein jedes Elektron und Ion besitzt demgemäß im umgebenden reinen Äther ein Energiefeld, speziell ein Feld elektrischer Spannung. Aus der räumlichen Variation der Energie ergeben sich Kräfte. Demgemäß ist ein Elektron und Ion immer mit einem Kraftfeld umgeben; wir haben einem jeden einzelnen Elektron ein elektromagnetisches Maxwellsches Kraftfeld zuzuschreiben gemäß der Form seines Energiefeldes."

„Die auf ein Elektron oder Ion zentrierte Energiemenge ist nicht eine zeitlich konstante Größe, sondern kann vermehrt oder vermindert werden durch Energiezufuhr von außen oder Abgabe nach außen. So kann seine kinetische Energie gesteigert werden. Veränderlich ist ferner die elektrische Spannung eines Elektrons oder Ions; sie kann zu niedrigen Werten sinken, indem sie sich in kinetische Energie verwandelt. Dies geschieht z. B., wenn ein positives und ein negatives Elektron

aus größerer Entfernung der elektrischen Anziehungskraft folgend sich nähern und sich zusammenlagern. Umgekehrt wird Energie verbraucht und wenigstens zum Teil in elektrische Form verwandelt, wenn die beiden Elektronen getrennt und wieder auf eine hohe elektrische Spannung gebracht werden."

Es folgen die Schlußbemerkungen.

„Die vorstehenden allgemeinen Ideen sind teils Abstraktionen und Verallgemeinerungen von Erfahrungstatsachen, teils Hypothesen, die zwar in der Erfahrung wurzeln, aber von der Phantasie weiter gebildet werden. Wie jede Hypothese haben sie etwas Unbefriedigendes an sich, um so mehr, als sie eine so umfassende Bedeutung beanspruchen, zum Teil nur Andeutungen sind, durch so viele Fragen, die sie nahelegen, beunruhigen und vor allem sich in geraden Gegensatz setzen zu so mancher durch die Gewöhnung gefestigten Überlieferung." . . . . „Die Opposition gegen die hier vertretenen Ideen wird sich hauptsächlich gegen die Annahme richten, daß die chemischen Grundstoffe teilbar, aus Elektronen aufgebaut seien. Darum sei hier kurz die Frage der Teilbarkeit und der Genesis der chemischen Elemente besprochen."

„Seit einem Jahrhundert hat man sich daran gewöhnt, ein chemisches Atom als unveränderliche Masse, als unteilbar zu betrachten. Man sprach damit lediglich ein Resultat der menschlichen Erfahrung aus; es gelang nämlich bis auf unsere Zeit mit keinem Mittel, ein chemisches Atom zu zerlegen. Wenn man in diesem Sinne das Wort „unteilbar" und „Atom" auffaßte, so hatte man recht. Aber wenn man ein chemisches Atom als vollkommen homogen, als überhaupt unteilbar erklärte, so machte man eine willkürliche und nicht einmal notwendige Hypothese. Schon der komplizierte Bau des Spektrums eines elementaren Gases muß uns gegen diese Hypothese Bedenken erregen."

„Wenn ein chemisches Atom noch weiter geteilt werden kann, so wird dazu offenbar Energie benötigt. Es liegt nahe, hierzu die kinetische Energie der Atome und Moleküle oder mit anderen Worten die absolute Temperatur zu verwenden. 1° absoluter Temperatur entspricht $2{,}3 \cdot 10^{-16}$ Erg (Drude,

Planck). Die höchste Temperatur, die wir herstellen können, ist scheinbar diejenige des Lichtbogens, nämlich ungefähr 4000°. Bei dieser Temperatur beträgt die mittlere kinetische Energie eines Massenteilchens $9{,}2 \cdot 10^{-13}$ Erg; bei ihr hört das Leben der Moleküle auf, sie zerfallen in Atome; diese selbst aber bleiben unzerlegt. Im Lichtbogen besitzen sämtliche Teilchen jene mittlere Energie."

„Wenn wir in einem Gase ein Ion mit der Ladung ε eine elektrische Spannungsdifferenz ΔV_f ohne Zusammenstoß frei durchlaufen lassen, verwandeln wir elektrische Energie in kinetische Energie e_k und sammeln diese an dem Ion an; es ist mit Annäherung $e_k = \varepsilon \cdot \Delta V_f$. Auf diese Weise können wir an den Ionen große kinetische Energie erzeugen oder ihre Temperatur steigern; diejenige der umgebenden neutralen Teilchen kann dabei sehr viel niedriger bleiben. Die kinetische Energie eines Ions können wir nun auf ein chemisches Atom wirken lassen, indem wir es zum Zusammenstoß mit diesem bringen; wie durch hohe Temperatur im Lichtbogen Moleküle zerlegt werden, so ist es möglich, Atome, falls sie überhaupt teilbar sind, weiter zu zerlegen durch Ionenstoß unter der Voraussetzung, daß wir an dem stoßenden Ion eine genügend große kinetische Energie oder absolute Temperatur ansammeln können. Dies ist nun in Gasen möglich. Hier können wir nämlich durch Druckerniedrigung dem Ion eine große freie Weglänge verschaffen und es dann eine beträchtliche Spannungsdifferenz frei durchlaufen lassen. Die Temperaturen, die wir auf diese Weise an den Ionen herstellen können, sind groß gegen diejenige des Lichtbogens. Durchläuft ein Ion nur 1 Volt frei, so ist seine kinetische Energie $e_k = \frac{4{,}2 \cdot 10^{-10} \cdot 1}{300} = 1{,}4 \cdot 10^{-12}$ Erg, die Temperatur ist 6080°; durchläuft es 10 000 Volt frei, so ist seine Temperatur $6{,}08 \cdot 10^7$. Es ist zu erwarten, daß bei diesen hohen Temperaturen auch die sogenannten Atome zerfallen müssen, wenn sie aus einzelnen Teilen bestehen. Und die Erfahrung zeigt in der Tat, daß beispielsweise ein Quecksilberatom durch Ionenstoß in ein positives und ein negatives Teilchen zerlegt

werden kann. Beim Wasserstoffatom beträgt die zu dieser Zerlegung notwendige absolute Temperatur des negativen Ions nicht über 304 000°.

Wenn die chemischen Elemente durch Anwendung der hohen Temperatur der bewegten Ionen zerlegt werden können, wenn sie also aus einzelnen Teilen bestehen, so müssen wir annehmen, daß es eine Zeit gab, wo sie noch nicht lebten, wo ihre Teile noch getrennt und ungeordnet vorhanden waren. Selbstverständlich konnten wir die Genesis unserer chemischen Elemente nicht erleben, ebensowenig wie die Genesis unseres Sonnensystems; aber nichtsdestoweniger wird sie stattgefunden haben. Bei der Genesis der Atome wurde ein sehr großer Teil der potentiellen Energie ihrer Elektronen in andere Energieformen, zunächst in kinetische Energie verwandelt. Da die potentielle Energie der Elektronen im Atom klein ist, da beispielsweise bei der Zerlegung eines Wasserstoffatoms in ein positives und ein negatives Ion mindestens $1{,}2 \cdot 10^{-11}$ Erg aus kinetischer Form in potentielle Energie verwandelt werden, so muß die Energieentwicklung bei der Genesis der Atome eine ganz riesige gewesen sein. Unter Zugrundelegung der Zahl $1{,}2 \cdot 10^{-11}$ sei lediglich die Energie berechnet, die aus der Ionenenergie zunächst in kinetischer Form entwickelt wird, wenn 1 g Wasserstoffatome je aus einem negativen Ion (Elektron) und einem positiven Ion gebildet wird. Wenn man als Zahl der Gasmoleküle bei 0° und 760 mm Druck in 1 ccm $2{,}43 \cdot 10^{19}$ (Drude, Planck) nimmt, so beträgt die freiwerdende Energiemenge in dem angenommenen Fall $6 \cdot 10^{12}$ Erg oder 14 340 Grammkalorien. In Wirklichkeit muß dieser Energiebetrag bei der Genesis von 1 g Wasserstoff noch viel größer gewesen sein, da in einem Wasserstoffatom wahrscheinlich eine größere Anzahl von Elektronen vorhanden ist. So wird die Vermutung nahegelegt, daß die hohe Temperatur mancher Himmelskörper zum Teil noch herrührt von der Genesis der Atome."

„Noch eine Bemerkung sei gleich hier im Anschluß an das Vorhergehende gemacht. Es ist denkbar, daß sich zur Zeit der Genesis der Atome neben unseren beständigen Elementen

mit geringer innerer potentieller Energie noch Atome der Elemente gebildet haben, die bei der damals vorhandenen hohen Temperatur stabil waren, obwohl sie eine ziemlich große innere potentielle Energie beibehielten. Bei der nunmehrigen niedrigeren Temperatur mögen aber diese Elemente langsam zerfallen und in stabilere mit kleinerer innerer potentieller Energie sich umbilden. Es ist dann zweierlei hierbei zu erwarten. Erstens muß eine beträchtliche Energiemenge frei werden, zweitens werden eventuell auch Elementarbausteine der Atome, nämlich Elektronen frei. Die radioaktiven Elemente besitzen nun in der Tat diese zwei Eigenschaften; sie strahlen nämlich spontan lange Zeit hindurch Energie und negative Ionen aus."

Es hat nur kurze Zeit gedauert, daß die hier ausgesprochenen Ansichten über die Teilbarkeit der Atome experimentell zur Evidenz erhoben worden sind, und zwar durch Zerfall des Radiums selbst und durch die von ihm ausgehenden Elektronenstöße auf andere Elemente.

Wenn wir uns nunmehr speziell dem Leuchten der Gase auf Grund der Elektronentheorie zuwenden, müssen erst noch einige Definitionen gegeben werden, welche die Masse eines Ions betreffen. Die Ionisierung eines chemisch einfachen neutralen Teilchens besteht darin, daß ein negatives Elektron von ihm getrennt wird, während der Rest mit fast unverminderter Masse positiv zurückbleibt. Es sind nun zwei Fälle möglich. Es kann nämlich als negatives Elektron oder als positives Restteilchen lediglich die eigene Masse besitzen, also Elektronion resp. Atomion benannt werden. Es kann sich aber auch an die Masse eines dieser Ionen noch die Masse mehrerer neutraler Teilchen anlagern auf Grund wechselseitiger Anziehung. Ein solches Ion mit nachträglich vergrößerter Masse soll Molion heißen.

Wie schon angedeutet, ist jedes Elektron mit einem Feld elektromagnetischer Energie umgeben; Schwingungen der Elektronen im Atomverband sind deshalb gleichbedeutend mit Schwingungen elektromagnetischer Feldenergie, so daß elektromagnetische Strahlungen entstehen können, oder also speziell

Lichtstrahlungen. „Sie bestehen aus einem langen Zuge kohärenter Wellen, da die Elektronen, wenn aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt, eine große Zahl von Schwingungen ausführen, ehe sie wieder kleine Amplituden annehmen. Indem die Elektronen hin und her schwingen, hat eine periodische Verwandlung ihrer kinetischen Energie in elektromagnetische Feldenergie statt." Infolge der Ausstrahlung wird aber ein Teil der Energie, nämlich die Strahlungsenergie, in Abzug kommen, die Schwingungen der Elektronen im Atom müssen also gedämpfte sein; bei ständiger Lichtausstrahlung sind demnach immer neue Impulse nötig.

Beim Zusammenstoß der Gasmoleküle auf Grund der Temperatur werden derartige Impulse gegeben; die Ablenkung der Elektronen aus ihrer Gleichgewichtslage und damit die Aussendung von Strahlungsenergie geschieht also auf Kosten der kinetischen Energie, oder also der Temperatur; es entsteht die Temperaturstrahlung.

Die Verhältnisse in einem von Elektrizität durchströmten oder elektrisch erregten Gase sind nun folgendermaßen vorstellbar. Die Gasionen können aus einem elektrischen Feld eine große kinetische Energie, also hohe Temperatur annehmen und treffen auf ihrem Wege auf andere Ionen oder auf neutrale Moleküle auf. „Es liegt uns darum die Annahme nahe, daß die elektrisch bewegten Ionen in einem Gase dessen Teilchen zu Lichtemission durch ihren Stoß bei hinreichend großer Geschwindigkeit anregen." Wie bei der Temperaturstrahlung ein Teil der kinetischen Energie der stoßenden Moleküle, so wird auch bei der Ionenstoßstrahlung ein Teil der stoßenden kinetischen Ionenenergie in elektromagnetische Strahlungsenergie verwandelt. Dort ist die Strahlung mit einem Sinken der absoluten Temperatur, hier mit einer Absorption kinetischer Ionenenergie verbunden. Im übrigen aber bestehen zwischen der Temperaturstrahlung und der Ionenstoßstrahlung der Gase wesentliche Unterschiede. Einer derselben sei gleich hier hervorgehoben. Bei der Temperaturstrahlung besitzen alle Moleküle die gleiche mittlere Temperatur, wenn auch nicht immer gleichzeitig eine gleich hohe Temperatur;

sie sind darum alle in gleichem Maße und wenigstens annähernd gleichzeitig mit gleicher Stärke an der Lichtemission beteiligt. Bei der Ionenstoßstrahlung ist die Zahl der strahlenden Moleküle an die Zahl der stoßenden Ionen gebunden; wie diese, so ist darum auch jene im allgemeinen viel kleiner als die Gesamtzahl der Moleküle. Während also im elektrisch leuchtenden Gas die Lichtemission einer kleinen Bruchzahl von Molekülen sehr intensiv sein kann, ist diejenige der übrigen Moleküle nahezu Null. Nur im elektrischen Funken ist einerseits die Zahl der Ionen beträchtlich, andererseits auch die mittlere Temperatur des Gases hoch. Dieser Unterschied zwischen Temperatur und Ionenstoßstrahlung hat folgenden Unterschied in der Absorption eines thermisch und eines elektrisch leuchtenden Gases zur Folge.

Nach dem Gesetz von Kirchhoff geht die Emission proportional der Absorption. Demgemäß absorbiert auch ein leuchtendes Gas, wie Natriumdampf im Bunsenbrenner, die Lichtwellen, die es selbst aussendet; hieran sind sämtliche Moleküle auf dem Wege des Lichts beteiligt. Durch ein elektrisch leuchtendes Gas läßt sich eine Umkehrung einer Spektrallinie durch Absorption nur in sehr geringem Maße bewirken, da nur eine sehr kleine Anzahl seiner Teilchen an der Lichtemission beteiligt ist. Allein ein im elektrischen Funken leuchtendes Gas löscht aus weißem Licht, das durch dasselbe gesandt wird, seine eigenen Spektrallinien aus. Wie ein elektrisch leuchtendes Gas fremdes Licht nur sehr wenig absorbiert, so schwächt es, abweichend vom Natriumdampf in der Bunsenflamme, auch sein eigenes Licht nur sehr wenig durch Absorption auf dem Wege von seinem Innern an seine Oberfläche.

Diese Folgerung der Starkschen Hypothese dürfte übrigens nicht so ganz allgemein gültig sein; sie ist offenbar nur dann richtig, wenn bei der niedrigeren Temperatur der nicht gestoßenen Moleküle das Emissionsvermögen ein anderes ist als bei der hohen Temperatur der lichtaussendenden. Das Emissionsvermögen, soweit es die Lage der Maxima, also die Wellenlängen der Linien betrifft, und soweit man von quantitativen

Verhältnissen absieht, bleibt aber häufig innerhalb sehr großer Temperaturintervalle konstant, so daß also auch die nicht direkt leuchtenden Moleküle unter Umständen zur Absorption beitragen können.

Von den drei definierten Ionen kommen als Leuchterreger die Molionen wohl nicht in Betracht, da sie wegen ihrer verhältnismäßig großen Masse nur geringe Geschwindigkeiten annehmen können, also große Spannungsdifferenzen nicht frei durchlaufen können. Es kommen also nur die positiven und negativen Elektronionen in Betracht, und zwar vor allem die letzteren, weil sie einerseits die größeren Geschwindigkeiten besitzen, andererseits wegen ihrer etwa 1000 mal geringeren Masse vorzugsweise an einzelne Elektronen stoßen werden, diese also stärker aus der Gleichgewichtslage bringen als die größeren positiven Elektronionen, welche ihr Stoßen auf das ganze Molekül verteilen. „Im Innern eines durchströmten Gases dürfen wir darum das elektrische Leuchten ausschließlich auf den Stoß der negativen Elektronionen zurückführen; das positive Ion kommt als Strahlungserreger nur da in Betracht, wo es dank günstiger Umstände eine besonders große kinetische Energie annimmt und als Ionenstrahl auftritt" (z. B. in der Kathodenschicht). — Die Molionen sollen nach Stark u. a. die Kanalstrahlen hervorbringen.

Während somit das negative Elektronion als der Erreger des Leuchtvorgangs anzusehen ist, tritt die Frage auf, welche Teilchen nun die lichtaussendenden sind. Fünf verschiedene Teilchen existieren: das neutrale Molekül, das negative Elektronion, das positive Atomion und das positive und das negative Molion, so daß also ein elektrisch leuchtendes Gas fünf verschiedene Spektra zeigen könnte. Ohne nun hier Einzelheiten anführen zu wollen, mögen kurz die Schlußresultate der Starkschen Theorie angegeben werden.

Die elektromagnetische Ausstrahlung des negativen Atomions ist identisch mit der Röntgenstrahlung. Die Intensität der Spektra der beiden Molionen ist so gering, daß sie im allgemeinen nicht sichtbar sind (wegen ihrer geringen Anzahl). Das, zwar auch nur in geringer Zahl vorhandene, positive

Atomion gelangt dagegen zu intensivem Leuchten. Wird nämlich von einem neutralen Molekül durch den starken Stoß des negativen Elektronions das Molekül ionisiert, d. h. ein negatives Elektron abgespalten, so bleibt ein positives Atomion zurück; auch letzteres wird also von der Erschütterung betroffen, seine Elektronen geraten in starke Schwingungen, und es entsteht eine intensive Lichtstrahlung; es wird die Vermutung ausgesprochen, daß das Linienspektrum eines Gases von diesen positiven Atomionen herrühre. Die neutralen Moleküle werden nun auch ihr besonderes Licht aussenden, nämlich dann, wenn der Stoß eines negativen Elektronions zwar heftig genug zur Erzeugung von Schwingungen, nicht aber zur Lostrennung eines negativen Elektrons ist. Es ist anzunehmen, daß die Bänderspektra von den neutralen Molekülen erzeugt werden.

Wenn bei diesen Erklärungen auch noch manches unsicher sein mag, so steht nach Stark doch folgender Satz fest: „Der Strahlungserreger ist das negative Elektronion; das elektrische Leuchten der Gase ist die Folge der Zusammenstöße der negativen Elektronionen mit neutralen Molekülen.

Wir wollen hiermit die Starkschen Betrachtungen, die von sehr weitgehender Bedeutung sind, beschließen. In bezug auf die vielen Einzelheiten muß auf das bereits zitierte, umfangreiche Lehrbuch selbst verwiesen werden. Von diesen Einzelheiten wird im Laufe der Zeit wohl mancherlei geändert werden müssen; an dem wesentlichen Grundbau dürfte aber kaum zu rütteln sein, bis vielleicht abermals eine neue elektrische Theorie aufgestellt wird, die in gänzlich anderer Weise auch diese wieder beiseite drängt.

IV. KAPITEL.

Die Verschiebung und Verbreiterung der Spektrallinien.

Unter gewissen Umständen liefern die glühenden Gase mancher Elemente Spektra, in denen die Linien außerordent-

lich scharf sind, so daß sie bei sehr engem Spalt genau in der scheinbaren Breite desselben erscheinen. Es besagt dies, daß die Emissionsmaxima sich auf ein sehr kleines Intervall der periodischen Schwingungen beschränken, daß das Licht in der betreffenden Farbe praktisch als vollständig homogen betrachtet werden kann. In anderer Ausdrucksweise ist also von der Emissionsfunktion in diesem Falle zu behaupten, daß sie sich bei der Wellenlänge $\lambda + d\lambda$ nicht merklich von Null unterscheidet, wenn sie bei λ ein Maximum hat. Die Leuchtbedingungen lassen sich aber auch so verändern, daß einige oder alle dieser ursprünglich scharfen Linien verbreitert und verwaschen auftreten. Das Emissionsvermögen ist alsdann bei $\lambda + d\lambda$ nicht Null, sondern besitzt daselbst einen merklichen Wert. Die Verwaschenheit der verbreiterten Linien, d. h. der Umstand, daß die Linie in der Mitte heller ist als nach den Rändern zu, lehrt, daß das Maximum der Emission nach den benachbarten Wellenlängen hin allmählich abklingt. In allen den vielen Fällen, in denen Linien verbreitert werden können, liegt also das sehr wichtige Faktum vor, daß das Emissionsvermögen der Gase in der Nähe der Maxima nicht tatsächlich Null ist, sondern einen angebbaren, wenn auch häufig außerordentlich geringen Wert besitzt. Alle Emissionstheorien, die Linienverbreiterungen erklären wollen, müssen mit dieser Annahme rechnen; bei manchen von ihnen ist sie als selbstverständlich vorausgesetzt und daher gar nicht erwähnt. Die Verbreiterung kann symmetrisch oder unsymmetrisch sein, letzteres tritt ein, wenn die Abnahme des Emissionsvermögens nach der einen Seite hin schneller erfolgt als nach der anderen. Bei der unsymmetrischen Verbreiterung bleibt die Lage der Maxima aber unverändert. Es kann aber auch eine Verschiebung der Maxima stattfinden, d. h. die Periodenlänge des Emissionsmaximums wird gleichzeitig geändert. Erscheinungen aller dieser Art werden hervorgebracht durch Vermehrung der Zahl der leuchtenden kleinsten Teilchen, also durch Vermehrung des Gasdrucks oder der Schichtendicke, ferner durch Erhöhung der Temperatur; vor allem aber sind hierfür beim elektrischen Leuchten der Gase gewisse Entladungsverände-

rungen maßgebend. Schließlich kann auch eine Verschiebung ohne Verbreiterung stattfinden; als Ursache hierfür kommt nur eine stetige Veränderung der Distanz zwischen Leuchtquelle und Beobachter in Frage, auf Grund des Dopplerschen Prinzips, mit dem wir uns zuerst beschäftigen wollen, da es auch zur Erklärung von Linienverbreiterungen herbeigezogen werden kann.

Das Dopplersche Prinzip.

Die Geschichte des Dopplerschen Prinzips ist eine sehr komplizierte und im allgemeinen dabei recht unfruchtbare. Schon seine Begründung durch Doppler ist keine einwandfreie, und seine von Doppler gegebene praktische Verwendung war eine entschieden unrichtige. Es hat sich eine lange und teilweise sehr erregte Kontroverse aus der Dopplerschen Entdeckung entwickelt, in der von der einen Seite auf theoretischem Wege die Unrichtigkeit des Prinzips, auf der anderen seine mathematische Ableitbarkeit zu beweisen versucht wurde. Da eine geschichtliche Darstellung von Theorien in diesem Buche nicht beabsichtigt ist, die meisten der einzelnen Abhandlungen aber untereinander in Verbindung stehen und keine derselben einen besonderen Anspruch auf Gültigkeit besitzt, so können wir uns in bezug auf das Dopplersche Prinzip, dessen Richtigkeit für die Praxis in durchaus genügender Form als erste Annäherung durch zahlreiche Beobachtungen bewiesen ist, sehr kurz fassen.

Seine rein formale Ableitung ist außerordentlich einfach. Wir betrachten einen strahlenden Punkt L, der vollkommen homogenes Licht von der Wellenlänge λ oder der Periodenzahl n aussendet, wobei λ und n verbunden sind durch $\lambda = \frac{V}{n}$, worin V die Lichtgeschwindigkeit ausdrückt, n und V für die Sekunde als Einheit genommen. In einem anderen Punkt B, der sich zu L in relativer Ruhe befindet, treffen die Lichtstrahlen mit der Periodenzahl n unverändert ein. Bewegt sich nun B auf L zu mit der Geschwindigkeit v, wobei v sehr klein gegen V sein soll, so erhält B während dieser Zeit Schwin-

gungen von der Periodenzahl n plus derjenigen Zahl von Schwingungen, die in der Sekunde die Strecke v durchlaufen haben, da B denselben ja auf seinem Wege entgegengekommen ist. Diese Zahl ist aber $n\frac{v}{V}$. Während der Bewegung erhält B also Licht von der Periodenzahl $n\left(1+\frac{v}{V}\right)$ oder von der Wellenlänge $\lambda_1 = \frac{V}{n\left(1+\frac{v}{V}\right)}$.

Hieraus folgt $\Delta n = n\frac{V}{v}$ oder in Wellenlängen ausgedrückt, $\Delta\lambda = -\lambda\frac{v}{V}$. Dasselbe tritt auch ein, wenn sich L auf B zu bewegt, oder wenn sich beide Punkte gegeneinander bewegen, wenn überhaupt v die Verkleinerung der Distanz in der Zeiteinheit darstellt. Vergrößert sich die Distanz, so kehrt sich das Vorzeichen um. Gibt man dem v das Vorzeichen + bei Annäherung und — bei Entfernung, so ergibt sich also in erster Näherung als Ausdruck des Dopplerschen Prinzips

$$\Delta n = \mp n\frac{V}{v} \quad \text{oder} \quad \Delta\lambda = \pm\lambda\frac{v}{V}.$$

Findet die relative Bewegung der beiden Punkte nicht in der Verbindungslinie statt, so tritt für die Änderung der Periode oder der Wellenlänge natürlich nur die Komponente der Bewegung in Frage, die in dieser Verbindungslinie liegt; die gesamte relative Geschwindigkeit ist daher alsdann mit dem cos des Winkels zwischen Bewegungsrichtung und Verbindungslinie zu multiplizieren. Bei der Anwendung des Dopplerschen Prinzips in der Astronomie pflegt man die Verbindungslinie als Visionsradius zu bezeichnen.

Die Schwierigkeiten in der exakten theoretischen Ableitung des Dopplerschen Prinzips beruhen einmal auf der Berücksichtigung des Einflusses, den die Bewegung der Schwingungsquelle in dem schwingenden Medium auf die Quelle selbst ausübt. Findet ferner eine Reibung des Erregungszentrums an dem Medium statt, so wird hierdurch sowohl die Amplitude der Schwingungen als auch das Gesetz der Schwingungen modi-

fiziert. Schließlich werden infolge der Bewegung Dichtigkeitsänderungen des Mediums in unmittelbarer Nähe der Quelle stattfinden. Unter Umständen würde auch eine Bewegung des Mediums von Einfluß sein.

Es sind daher stets eine Reihe von Annahmen notwendig, über deren Richtigkeit man verschiedener Meinung sein kann; bei den rein mechanischen Theorien betrachtet man das Medium als ruhend, und von etwaigen Störungen durch Reibung usw. auf die Schwingungsquelle wird abgesehen. Das ist natürlich nur gestattet, wenn v klein im Vèrhältnis zu V ist. Wir wollen hier auf diese rein mechanischen Theorien nicht eingehen, auch nicht auf die Ergebnisse, welche sich hierbei in bezug auf Intensitätsänderungen ableiten lassen, da letztere bei geringen Geschwindigkeiten so klein sind, daß sie vorläufig bei der Anwendung des Dopplerschen Prinzips in der Astrophysik unbemerkbar bleiben. Dagegen möge eine kurze Darlegung der Ableitung des Dopplerschen Prinzips auf Grund der Elektronentheorie gegeben werden, wie sie sich nach den Untersuchungen von Lorentz[1]) ergibt.

Lorentz nimmt an, daß der Äther ruht, daß die elektrischen und optischen Erscheinungen gebunden sind an elektrisch geladene Teilchen, Ionen oder Elektronen, deren Schwingungen die Ursache des Leuchtens sind (siehe die Theorie nach Stark). Als weitere Annahme kommt hinzu, daß die Translationsbewegung ohne Einfluß auf die Schwingungsdauer der leuchtenden Teilchen sei.

Die Begründung des Dopplerschen Prinzips ergibt sich dann aus dem von Lorentz abgeleiteten Satze: Wenn in einem System ohne Translation eine Lichtbewegung möglich ist, bei der die Schwingungen der Ionen gewisse Funktionen der Koordinaten und der Zeit t sind, so kann in dem sich verschiebenden System ein Zustand entstehen, bei dem die Schwingungen eben dieselben Funktionen der (mit dem Körper an der Translation teilnehmenden) Koordinaten und der Ortszeit t_1 sind.

[1]) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895. (Wir folgen hier der Auseinandersetzung Konens in dem Handbuch der Spektroskopie, Band II, von Kayser.)

Die Ortszeit ist dabei

$$t_1 = t - \frac{r\,p_r}{V^2},$$

wo r den Abstand des betreffenden Punktes von einem festen Punkt im bewegten System und p_r die Komponente der Translationsgeschwindigkeit in der Richtung von r bedeuten.

„Es ist nun charakteristisch für die Lorentzsche Theorie, daß die Bedingungen, unter denen obiger Satz gültig ist, gerade von den für die elektrischen Kräfte zugrunde gelegten Gleichungen erfüllt werden.

So ergibt sich, daß es ohne weiteres erlaubt ist, von den für das ruhende System gültigen Schwingungsgleichungen zu denjenigen für das bewegte System überzugehen, indem man die festen Koordinaten durch die beweglichen und die absolute Zeit durch die Ortszeit ersetzt. Führt man aber die Umformung aus, so zeigt sich eine nach dem Dopplerschen Prinzip veränderte Schwingungsdauer."

Nennen wir die absolute Zeit t, die Ortszeit t_1, die Variablen des ruhenden Koordinatensystems x, y, z, des beweglichen x', y', z', die Komponenten der Translation p nach den drei Achsen p_x, p_y, p_z, die Richtungscosinus der Verbindungslinie r eines festen mit einem beweglichen Punkt b_x, b_y, b_z, so ist nach den Maxwellschen elektromagnetischen Grundgleichungen die Form der elektrischen und auch der magnetischen Komponente ohne Translation:

$$A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x\,b_x + y\,b_y + z\,b_z}{V} + C\right).$$

Nach obigem Satze erhält man entsprechend für das bewegte System

$$A\cos\frac{2\pi}{T}\left(t_1 - \frac{x'\,b_x + y'\,b_y + z'\,b_z}{V} + C\right),$$

oder, da

$$t_1 = t - \frac{r\,p_r}{v^2} = t - \frac{x'\,p_x + y'\,p_y + z'\,p_z}{V^2},$$

$$A\cos\frac{2\pi}{T}\left\{t - \left(\frac{b_x}{V} + \frac{p_x}{V^2}\right)x' - \left(\frac{b_y}{V} + \frac{p_y}{V^2}\right)y' - \left(\frac{b_z}{V} + \frac{p_z}{V^2}\right)z' + C\right\}.$$

Wollen wir nun die Wirkung in einem ruhenden Punkt finden, so müssen wir wieder zu x, y, z übergehen, d. h. setzen

$$x' = x - p_x t\,, \qquad y' = y - p_y t\,, \qquad z' = z - p_z t\,.$$

Das gibt

$$A\cos\frac{2\pi}{T}\left\{t + \frac{p_r}{V}t - \left(\frac{b_x}{V} + \frac{p_x}{V^2}\right)x - \left(\frac{b_y}{V} + \frac{p_y}{V^2}\right)y - \left(\frac{b_z}{V} + \frac{p_z}{V^2}\right)z + C\right\},$$

wo $p_r = p_x b_x + p_y b_y + p_z b_z$ die Komponente der Translation in der Richtung r bedeutet.

Während also im beweglichen Koordinatensystem die Periode T unverändert bleibt, bemerkt ein ruhender Beobachter die Schwingungsdauer

$$T_1 = \frac{T}{1 + \frac{p_r}{V}} = T\left(1 - \frac{p_r}{V}\right).$$

Das ist aber mit anderer Bezeichnungsart der oben gegebene einfache Ausdruck für das Dopplersche Prinzip.

Die Bedeutung des Prinzips liegt in dem Umstande, auf den zuerst Fizeau aufmerksam gemacht hat, daß die Änderung der Wellenlänge mit einer Änderung des Brechungskoeffizienten verbunden ist. Ein homogener Lichtstrahl, der einer bestimmten Spektrallinie entspricht, wird bei Vergrößerung der Wellenlänge, also Annäherung zwischen Lichtquelle und Beobachter, beim Durchgange durch ein Prisma weniger stark abgelenkt als vorher, die entsprechende Linie wird nach Rot verschoben. Bei Entfernung tritt die Verschiebung nach Violett ein. Es gehört sehr starke Dispersion dazu, um derartige Linienverschiebungen noch erkennen oder messen zu können, da die Umänderung der Wellenlänge mit dem Verhältnis der translatorischen Geschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit eingeht. Die translatorischen Geschwindigkeiten sind aber im Weltraum im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit klein und übersteigen selten einige hundert Kilometer.

Bei der Wasserstofflinie F, $\lambda = 486{,}5$ würde die Verschiebung durch eine Geschwindigkeit von 1000 km nur ausmachen

$\Delta\lambda = \frac{486{,}5 \cdot 1000}{300\,000} = 1{,}6$ Milliontel Millimeter der Wellenlänge.

Bekanntlich sind in den letzten Jahrzehnten die Beobachtungsmethoden in der Astrophysik so verfeinert worden, daß es möglich ist, Translationsgeschwindigkeiten bis auf Bruchteile des Kilometers exakt zu messen.

Im kontinuierlichen Spektrum der festen oder flüssigen Körper wird durch Translationsgeschwindigkeit keine erkennbare Änderung erzeugt, da von der einen Seite stets dasjenige Licht ergänzt wird, welches nach der anderen Seite verschoben ist und an der Grenze seinerseits verschwindet. Ob ein Gas emittiert oder absorbiert, ist in bezug auf das Dopplersche Prinzip in erster Annäherung gleichgültig.

Die Zöllnersche Verbreiterungstheorie.

Zöllner[1]) hat auf sehr einfache und elegante Weise abgeleitet, wie bei reiner Temperaturstrahlung die Linien eines Gases durch Vermehrung von Druck, Dichte oder Dicke der strahlenden oder absorbierenden Schicht, sowie durch Erhöhung der Temperatur verbreitert werden können. Es ist hierbei aber stillschweigend die Voraussetzung gemacht, daß das Emissionsvermögen der Gase auch außerhalb der Maxima nicht Null ist, sondern einen kleinen, angebbaren Wert besitzt.

Bezeichnet man mit E_λ eine homogene Lichtmenge von der Wellenlänge λ, welche von der Flächeneinheit einer ebenen Gasschicht von der Einheit der Dicke senkrecht ausgestrahlt wird, mit A_λ den entsprechenden Absorptionskoeffizienten, so läßt sich durch Summation leicht berechnen, welche Lichtmenge $E_{\lambda m}$ bei der Ausstrahlung nach Vermehrung der Schichtendicke auf m auftritt. Es wird

$$E_{\lambda m} = \frac{1 - (1 - A_\lambda)^m}{A_\lambda} \cdot E_\lambda .$$

Für die nur wenig verschiedene Wellenlänge λ_1 wird die entsprechende Menge

$$E_{\lambda_1 m} = \frac{1 - (1 - A_{\lambda_1})^m}{A_{\lambda_1}} \cdot E_{\lambda_1} .$$

[1]) Ber. d. K. Sächs. Akad. d. Wiss. 1870; Ges. Werke IV.

Das Helligkeitsverhältnis zweier benachbarter Spektralteile, von denen λ einem Maximum angehören möge, wird also, unter Berücksichtigung von allgemein $\frac{E}{A} = e$

$$\frac{E_{\lambda m}}{E_{\lambda_1 m}} = \frac{[1 - (1 - A_\lambda)^m]\, e_\lambda}{[1 - (1 - A_{\lambda_1})^m]\, e_{\lambda_1}}.$$

Da A_λ stets kleiner ist als 1, so konvergiert $(1 - A_\lambda)^m$ mit wachsendem m nach Null, ebenfalls aber auch bei wachsendem A_λ, dessen Maximalwert 1 ist. Es wird dann, da alles auch für λ_1 gilt,

$$\frac{E_{\lambda m}}{E_{\lambda_1 m}} = \frac{e_\lambda}{e_{\lambda_1}}.$$

Das heißt: das Helligkeitsverhältnis zwischen einer Spektrallinie und einer nahe daneben befindlichen Stelle des Spektrums, deren Helligkeit bei der Einheit der Dicke und dem anfangs gegebenen Absorptionskoeffizienten sehr gering war, nimmt bei Vermehrung der Schichtendicke oder bei Vergrößerung des Absorptionskoeffizienten derselben Schicht bis zu demjenigen Wert ab, welcher für dieselben Wellenlängen und dieselbe Temperatur dem Spektrum des schwarzen Körpers entspricht.

Im Spektrum des schwarzen Körpers unterscheiden sich aber die Helligkeiten zweier benachbarten Spektralteile nur wenig voneinander. Unter den angegebenen Umständen wird also die ursprünglich scharfe Linie verbreitert.

Genau dasselbe läßt sich ableiten, wenn statt der Schichtendicke die Dichte des Gases vermehrt wird, und man kann allgemein annehmen, daß die Zahl der leuchtenden Teilchen maßgebend ist, wenn auch vielleicht nicht in dem Sinne, daß Dichte und Dicke unmittelbar einander proportional seien.

Da die Vergrößerung des Absorptionskoeffizienten bei gleichbleibender Zahl der leuchtenden Teilchen ebenfalls die Konvergenz des Ausdrucks $(1 - A)^m$ bewirkt, so folgt daraus, daß auch eine Erhöhung der Temperatur eine Linienverbreiterung bewirken kann, da mit wachsender Temperatur in einem hierdurch chemisch nicht veränderbaren Gas der Emissionskoeffizient und damit auch der Absorptionskoeffizient zunimmt.

Zöllner macht darauf aufmerksam, daß bei den festen Körpern, besonders bei den Metallen, die Absorptionskoeffizienten außerordentlich viel stärker sind als bei den Gasen, daß also sich hieraus schon das kontinuierliche Spektrum erkläre.

Verbreiterungs- und Verschiebungstheorien von Lommel[1]), Jaumann[2]), Wilsing[3]).

Der bekannten Tatsache gegenüber, daß der ideale Fall völlig ungestörter mechanischer Schwingungen in der Natur nicht vorkommt, daß vielmehr jede Schwingung durch Reibung usw. beeinflußt wird, hat man bis vor einigen Jahrzehnten im allgemeinen die Lichtschwingungen als völlig freie betrachtet. Lommel hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß es nur durchaus natürlich sei, auch die lichterzeugenden Schwingungen der Atome als durch Reibung beeinflußte, also gedämpfte zu betrachten. Welche Emissionstheorie hierbei zugrunde gelegt wird, ob man mechanische Schwingungen von Atomen oder Molekülen, oder solche von Elektronen annehmen will, ist hierbei gleichgültig.

Die Lommelsche Theorie nimmt an, daß die Körperatome unter dem Einfluß einer periodisch anregenden Kraft bestimmte Schwingungen ausführen. Die Kraft, welche bestrebt ist, jedes Atom wieder nach seiner Gleichgewichtslage zurückzuführen, soll nach steigenden Potenzen der Verschiebung entwickelbar sein; der Widerstand, den die schwingenden Teilchen erfahren, soll ihrer Geschwindigkeit proportional sein. Durch Integration der Differentialgleichungen, welche eine derartige Bewegung darstellen, gelangt man nun zu dem Resultat, daß die Körperatome teilweise gedämpfte Schwingungen ausführen, und

---

[1]) E. Lommel, Theorie der Absorption und Fluoreszenz. Wied. Ann. 3, 251. — Zur Theorie der Fluoreszenz. Wied. Ann. 15, 643. — Verbreiterung der Spektrallinien. Wied. Ann. 56, 741.

[2]) G. Jaumann, Zur Kenntnis des Ablaufs der Lichtemission. Wied. Ann. 53, 832; 54, 178.

[3]) J. Wilsing, Theoretical considerations respecting the dependance of wave-lengths on pressure. Astrophys. Journ. 7, 317.

zwar so, daß die Eigenschwingung jedes Atoms sich durch folgende Funktion darstellen läßt:

$$N e^{-kt} \sin(r t + \psi) ,$$

worin N und ψ beliebige Konstanten bedeuten, k die Dämpfungskonstante und $r = \frac{2\pi}{\tau}$ ist. (τ ist die Periode der gedämpften Schwingung.)

Bezeichnet man mit T die Periode der ungedämpften Schwingungen und setzt $p = \frac{2\pi}{T}$, so ist

$$r^2 = p^2 - k^2 ,$$

also

$$\tau > T ,$$

d. h. die dieser Schwingungszahl entsprechende Wellenlänge ist nach den größeren Wellen hin verschoben.

Es ist also durch die Lommelsche Theorie klargestellt, daß die Dämpfung von Atomschwingungen geeignet ist, eine Linienverschiebung nach Rot zu verursachen. Mit dieser Linienverschiebung ist gleichzeitig eine starke Verbreiterung der betreffenden Linien verbunden, wie Lommel folgendermaßen zeigt:

Zerlegt man die gedämpften sinusartigen Schwingungen mit veränderlicher Amplitude in ein unendliches Kontinuum von ungedämpften pendelartigen Schwingungen von allen möglichen Schwingungszahlen von $-\infty$ bis $+\infty$ nach dem Fourierschen Satze, so erhält man:

$$e^{-kt} \sin(r t + \psi) \frac{k}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin[(r+z)t + \psi]}{k^2 + z^2} dz ,$$

woraus unmittelbar folgt, daß das von einem unter dem Einfluß eines Widerstandes schwingenden Atom ausgestrahlte Licht nicht mehr homogen ist, sondern ein kontinuierliches Spektrum gibt, welches sich von der der Hauptschwingungszahl entsprechenden Stelle aus nach beiden Seiten hin um so weiter ausbreitet, je größer der Widerstandskoeffizient k ist.

Von einem vollkommenen Gas, in dem $k = o$ ist, können nur scharfe Linien entstehen; wird aber k bei zunehmender Dichte des Gases merklich, so tritt Verbreiterung und Verschiebung (nach Rot) ein.

Lommel hat durch seine Theorie die komplizierten Erscheinungen der Fluoreszenz, bei der k einen sehr großen Wert annimmt, vollkommen darzustellen vermocht, doch ist ein weiteres Eingehen hierauf hier nicht von Interesse.

Es darf nicht verschwiegen werden, daß gewisse Bedenken gegen die Lommelsche Theorie erhoben worden sind, indem es fraglich erscheint, ob die Zerlegung gedämpfter Schwingungen nach dem Fourierschen Satze physikalische Bedeutung hat. Diese Frage ist jedenfalls zurzeit noch als eine offene zu betrachten. Die Lommelsche Theorie enthält aber insofern einen Fehler, als die Integration über negative Schwingungszahlen wohl kaum einen physikalischen Sinn haben kann, wenngleich Lommel negative Schwingungszahlen als Phasenwechsel aufgefaßt haben will. Jaumann, der ohne Kenntnis der Lommelschen die gleichen Entwicklungen behufs Erklärung von Linienverbreiterungen ausgeführt hat, hat diesen Fehler vermieden, indem er als untere Grenze des Integrals o setzt.

Der Lommel-Jaumannschen Theorie haften aber noch gewisse Unvollkommenheiten an, wie Wilsing gezeigt hat. Zunächst resultiert aus ihr nur eine Verschiebung der hellen Emissionslinien nach Rot hin, nicht aber der dunklen Absorptionslinien. Bezeichnet man nämlich den nach der Lommelschen Theorie erforderlichen periodischen Impuls mit $-f \sin q \cdot t$, so ist die Molekularabsorption dieser Schwingungen darstellbar durch

$$\Delta = \frac{m}{2}\left(\int_o^t \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt - \left[\int_o^t \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 dt\right]_{f=o}\right).$$

Die Integration ergibt:

$$\Delta = \frac{m f^2 \sin^2 \alpha}{16 k^2}, \quad \text{wo} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2kq}{p^2 - q^2} \quad \text{ist.}$$

Die Absorption erreicht also ein Maximum für $q = p$, d. h. wenn die Periode der erregenden Schwingungen übereinstimmt mit der Periode der ungedämpften Atomschwingungen. Bei den Absorptionslinien kann also die Dämpfung nur eine Verbreiterung der Linien bewirken, nicht aber gleichzeitig eine Verschiebung.

Weiter folgt nach Wilsing aus der Lommelschen Theorie, daß die Verbreiterung der hellen Linien stets sehr viel stärker sein muß als die Verschiebung, was aber den Tatsachen nicht entspricht. Um nämlich die Verteilung der Intensität in den durch die Dämpfung verbreiterten hellen Linien zu finden, muß die Amplitude der Partialschwingungen, aus welchen die gedämpfte Schwingung zusammengesetzt ist, abgeleitet werden.

Aus der Gleichung

$$e^{-kt} \sin r\,t = \frac{4\,k\,r}{\pi} \int_0^\infty \frac{\mu}{(k^2 + r^2 + \mu^2)^2 - 4\,r^2\,\mu^2} \sin \mu\,t\,d\mu$$

erhält man für die Amplitude f der Schwingung, deren Periode $\frac{\pi}{\mu}$ ist, den Wert

$$f = \frac{4\,k\,r}{\pi} \frac{\mu}{(k^2 + r^2 + \mu^2)^2 - 4\,r^2\,\mu^2}.$$

Die Periode $\frac{\pi}{\mu_0}$, welche dem Maximum der Intensität in der verbreiterten Linie entspricht, ist durch die Bedingung gegeben

$$\left(\frac{df}{d\mu}\right)_{\mu = \mu_0} = 0,$$

oder also durch

$$\mu_0^2 = \tfrac{1}{3}(p^2 - 2\,k^2) + \tfrac{2}{3}\sqrt{p^4 - p^2\,k^2 + k^4},$$

oder

$$\mu_0^2 = r^2 + \frac{1}{4}\frac{k^4}{p^2} + \ldots$$

Aus der bereits gegebenen Gleichung $r = \sqrt{p^2 - k^2}$ folgt die Verschiebung stets nach dem Rot zu, aber wenn $\frac{k}{p}$ als

kleine Größe der 1. Ordnung betrachtet wird, ist der Betrag der Verschiebung erst von der 2. Ordnung.

Wie nun Wilsing weiter gezeigt hat, lassen sich diese Widersprüche mit den Beobachtungen durch eine Erweiterung der Lommelschen Theorie beseitigen, indem die Analogie der gedämpften Lichtschwingungen mit den einfachen Pendelschwingungen bis zur letzten Konsequenz verfolgt wird, wie dies zu anderen Zwecken auch schon Ketteler[1]) getan hat.

Bei einem in Luft, also unter einem dämpfenden Widerstand schwingenden Pendel genügt es bekanntlich nicht, bloß die Reibung des Pendels in der Luft, also den Faktor k zu berücksichtigen, vielmehr muß auch die innere Reibung der Luftpartikel, welche durch das schwingende Pendel mitgerissen werden, in Rechnung gezogen werden. Es wird hierdurch stets das Trägheitsmoment des Pendels erhöht, wie schon Bessel gezeigt hat.

Die Lommelsche Gleichung für gedämpfte Schwingungen, die einem periodischen Impuls ausgesetzt sind, lautet:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k\frac{dx}{dt} + p^2x + b\varepsilon x^2 + c\varepsilon x^3 + \ldots + f\sin qt = 0 .$$

Um das Besselsche Prinzip zu berücksichtigen, ist sie nunmehr zu schreiben:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2k_1\frac{dx}{dt} + p_1^2x + \ldots + f_1\sin qt = 0 ,$$

worin die neuen Koeffizienten mit den ursprünglichen durch die Gleichungen verbunden sind

$$k_1 = \frac{k}{1+\gamma} , \quad f_1 = \frac{f}{1+\gamma} , \quad p_1^2 = \frac{p^2}{1+\gamma} ,$$

worin γ eine kleine positive Größe ist.

Es ist nun leicht zu übersehen, welche Folgen die Einführung von γ hat. Der Ausdruck für den Betrag der Absorp-

[1]) Ketteler, Theoretische Optik, gegründet auf das Bessel-Sellmeiersche Gesetz.

tion, welcher den einfallenden Wellen in der Periode $\frac{\pi}{q}$ entspricht, wird jetzt:

$$\Delta = \frac{m f_1^2}{16 k_1^2} \sin^2 \alpha \; ; \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 k_1 q}{p_1^2 - q^2} \; .$$

Das Maximum der Absorption entsteht demnach jetzt für $q^2 = p_1^2 = \frac{p^2}{1+\gamma}$. Es findet also eine Verschiebung der dunkelsten Stelle der Spektrallinie nach dem Rot zu statt, und zwar entsprechend der Differenz der Perioden $\frac{\pi}{p_1} - \frac{\pi}{p} = \frac{\pi \gamma}{2p}$.

Der Ausdruck für die Absorption, entsprechend der Periode $\frac{\pi}{q}$ wird

$$\Delta = \frac{m f_1^2}{16 k_1^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{(p_1^2 - q^2)^2}{4 k_1^2 q^2}}$$

und zeigt, daß die Linie so lange scharf und schmal bleibt, als $\left(\frac{k_1}{p}\right)^2$ klein ist. Sind also γ und $\frac{k_1}{p}$ kleine Größen, deren Quadrate vernachlässigt werden können, so bringt die Dämpfung der Schwingungen nur eine Verschiebung der Absorptionslinie nach dem Rot ohne merkliche Verbreiterung zustande.

Das gleiche läßt sich auch für die hellen Emissionslinien herleiten. Für die Periode $\frac{\pi}{r_1}$ der Hauptschwingung des leuchtenden Gases resultiert aus der oben angegebenen Ursprungsgleichung

$$r_1 = \sqrt{p_1^2 - k_1^2} = \sqrt{\frac{p^2}{1+\gamma} - \left(\frac{k}{1+\gamma}\right)^2},$$

und wenn $\frac{k_1}{p}$ und γ kleine Größen sind

$$\frac{\pi}{r_1} - \frac{\pi}{p} = \frac{\pi \gamma}{2p} \; .$$

Die hellen Linien werden also um denselben Betrag verschoben wie die dunklen. Von dem allgemeinen Aus-

druck f für die Amplitude der Schwingungen von der Periode μ folgt:

$$f_\mu = \frac{4\,k\,r_1}{\pi} \cdot \frac{\mu}{(k^2 + r_1^2 + \mu^2)^2 - 4\,r_1^2\,\mu^2}$$

oder

$$f_\mu = \frac{4\,k\,p_1}{\pi} \cdot \frac{\mu}{(p_1^2 - \mu^2)^2} \cdot$$

Als Intensitätsverhältnis zwischen der Schwingung μ, die unendlich nahe bei der Schwingung $\frac{\pi}{p_1}$ liegen möge, ergibt sich

$$\frac{J_\mu}{J_p} = \left(\frac{f_\mu}{f_p}\right)^2 = 0\,,$$

d. h. die hellen Linien erfahren ebenfalls keine merkliche Verbreiterung, während ihre Verschiebung, wie oben gezeigt, merklich ist. Die Wilsingsche Theorie verdankt ihre Entstehung den Erscheinungen, welche sich in den Spektren der Neuen Sterne gezeigt haben, und die im wesentlichen in sehr starken Verschiebungen sowohl der Emissions- als auch der Absorptionslinien bestehen. Diese Verschiebungen würden hiernach als durch sehr große Dichtigkeit der emittierenden und absorbierenden Gase entstanden zu deuten sein; es ist aber auch denkbar, daß die starke Dämpfung der Schwingungen noch auf anderen physikalischen Ursachen als auf der Dichtigkeit resp. dem Druck der Gase beruhen. Daß bei vielen Metallgasen Verschiebungen der Linien durch Druckvermehrung entstehen, ist aber durch zahlreiche Beobachtungen nachgewiesen.

Linienverbreiterungen auf Grund des Dopplerschen Prinzips.

Lippich[1]) und später Pfaundler[2]) haben zuerst darauf aufmerksam gemacht, daß die Linien von Gasen nicht vollkommen

[1]) Lippich, Über die Breite der Spektrallinien. Pogg. Annalen 139, 965. (1870.)

[2]) L. Pfaundler, Über die Anwendung des Dopplerschen Prinzips auf die fortschreitende Bewegung leuchtender Gasmoleküle. Wiener Ber. 76, 852. (1877.)

homogenen Strahlungen entsprechen könnten, da die leuchtenden Teilchen, die Körpermoleküle (oder Ionen) nach der mechanischen Wärmetheorie sich mit großer Geschwindigkeit bewegen, und zwar um so schneller, je höher die Temperatur der Gase ist.

Die hierdurch entstehende Verbreiterung der Linien und die Lichtverteilung innerhalb derselben würde sich auf Grund des Maxwellschen Verteilungsgesetzes für die Geschwindigkeiten berechnen lassen; doch erscheint dies nach Pfaundler als illusorisch, da es möglich ist, daß den Molekülen mit größerer Geschwindigkeit vielleicht auch vorherrschend höhere Atomtemperatur, also höhere Leuchtkraft innewohnt, und daher die Seltenheit sehr schnell bewegter Moleküle durch ihre größere Leuchtkraft einigermaßen kompensiert werden kann. Es genügt daher, mit mittleren Geschwindigkeiten zu rechnen und zu bedenken, daß die ungleiche Geschwindigkeit unter allen Umständen eine etwas größere Verbreiterung erzeugen muß. Bezeichnet man mit T die absolute Temperatur und mit D_0 die Dichte eines Gases bei 0° C, wobei die Luftdichte als Einheit gesetzt ist, so ergibt sich die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle nach Clausius zu:

$$v = 485 \sqrt{\frac{T}{273\, D_0}}.$$

Für Wasserstoff z. B. ist $D_0 = 0{,}0692$, und es ergibt sich hiernach als Geschwindigkeit der Moleküle und als die hieraus folgende Verbreiterung der F-Linie ($\lambda = 0{,}487\ \mu$) für die verschiedenen absoluten Temperaturen die folgende Tabelle:

Absolute Temperatur	Geschwindigkeit in Metern	Verbreiterung in μ
1000	3530	0,000011
2000	4990	0,000016
3000	6110	0,000019
4000	7060	0,000022
5000	7890	0,000025
10000	11160	0,000034

Es sind dies natürlich nur diejenigen Maximalverbreiterungen, welche von den Molekülen herrühren, die sich gerade im Visionsradius bewegen. Verbreiterungen um diese Beträge sind von Michelson nun tatsächlich nachgewiesen worden, und zwar für viele verschiedene Metalldämpfe und sehr geringen Gasdruck. Es kann eine derartige Untersuchung nur bei geringem Druck angestellt werden, da bei stärkerem Druck sich ein Einfluß des letzteren auf die Breite der Linien ohne Temperaturerhöhung bemerkbar macht, verursacht durch die bei größerer Dichtigkeit vermehrte Zahl der Zusammenstöße.

Wie die obige Zusammenstellung zeigt, sind selbst bei sehr hohen Temperaturen die nach dem Dopplerschen Prinzip entstehenden Linienverbreiterungen sehr gering, so daß sie gegenüber den bei Gestirnen häufig beobachteten Verbreiterungen ganz verschwinden und nicht zur Erklärung der letzteren hinzugezogen werden können.

Die Verbreiterungstheorie von Galitzin[1]).

Nach der elektromagnetischen Lichttheorie sind die Lichtschwingungen identisch mit den elektromagnetischen Schwingungen, d. h. die leuchtenden Moleküle sind als Hertzsche Resonatoren zu betrachten. Überläßt man einen solchen Resonator sich selbst, so klingen infolge der ausgestrahlten Energie die Schwingungen ab, sie sind also gedämpft; wird aber ständig Energie zugeführt, so wird auch die Dämpfung kompensiert, und hierauf basiert Galitzin einen Einwurf gegen die Richtigkeit der Lommelschen Dämpfungstheorie. Er weist nun nach, daß, während ein solcher Resonator ganz homogene Strahlung aussendet, dies bei zwei sich gegenseitig beeinflussenden Resonatoren nicht mehr der Fall ist.

Bezeichnet man mit C die Kapazität, mit L den Selbstinduktionskoeffizienten, mit R den Widerstand, mit Q die zur Zeit t vorhandene Ladung und mit $i = -\frac{dQ}{dt}$ die zu diesem Zeit-

[1]) B. Galitzin, Zur Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien. Ann. d. Phys. u. Chemie, N. F. 56, 78. (1895.)

moment gehörige Stromstärke, so besteht folgende Gleichung für einen einzelnen Resonator:

$$i R = \frac{Q}{C} - \frac{d(i L)}{dt} .$$

Für zwei derartige molekulare Resonatoren, die sich in geringer Entfernung voneinander befinden und den wechselseitigen Induktionskoeffizienten M besitzen, kommen nun folgende zwei Gleichungen in Frage:

$$\frac{Q}{C} - \frac{d(i L)}{dt} - \frac{d(i' M)}{dt} = o ,$$

$$\frac{Q'}{C} - \frac{d(i' L')}{dt} - \frac{d(i M)}{dt} = o .$$

Wegen der translatorischen Bewegung der Moleküle ist nun M zwar veränderlich, aber im Verhältnis dieser Geschwindigkeit (3—4 km) zur hohen Zahl der Schwingungen (500 Billionen im Gelb) so wenig, daß bei der Integration M doch als konstant vorausgesetzt werden kann, wonach sich folgende Differentialgleichungen ergeben:

$$i + C L \frac{d^2 i}{dt^2} + C M \frac{d^2 i'}{dt^2} = o ,$$

$$i' + C' L' \frac{d^2 i'}{dt^2} + C' M \frac{d^2 i}{dt^2} = o .$$

Die Integration führt nun zu zwei Gleichungen, welche lehren, daß für die beiden Resonatoren die Schwingungsperioden τ und τ' in τ_1 und τ_2 übergehen, also außer ihrer ursprünglichen Schwingung auch noch eine erzwungene ausführen, d. h. jedes Molekül liefert zwei Spektrallinien, deren Distanz von dem Wert von M, d. h. also von der augenblicklichen Entfernung der beiden Moleküle abhängt. Hat man es mit einem einfachen Gas zu tun, in welchem alle Moleküle einander gleich sind, also $C = C'$ und $L = L'$, so erhält man schließlich für die Schwingungen zweier sich beeinflussender Moleküle die einfachen Werte

$$\tau_1 = 2\pi\sqrt{C(L + M)} ,$$
$$\tau_2 = 2\pi\sqrt{C(L - M)} .$$

Von den beiden Schwingungsarten ist also die eine größer, die andere kleiner als die freie, eigene Schwingungsperiode $\tau = 2\pi\sqrt{CL}$. Es läßt sich dann weiter zeigen, daß die Intensitäten dieser beiden Linien nicht einander gleich sind, sondern daß die nach Rot gelegene im allgemeinen viel heller ist als die andere.

„Übertragen wir diese Betrachtungen auf ein Gas, welches aus einer sehr großen Anzahl gleichgebauter Moleküle besteht, wobei die mittlere Entfernung zweier benachbarter Moleküle so groß ist, daß wir ihren gegenseitigen Einfluß vernachlässigen können, so muß, wenn thermisches Gleichgewicht hergestellt ist, folgendes eintreten. Wenn irgend zwei Moleküle während ihrer Bewegung einander genügend nahe kommen, so werden in ihnen erzwungene Schwingungen wachgerufen, die bei fortwährend sich änderndem r alle möglichen Doppelperioden durchlaufen werden, bis zu denjenigen, welche den kleinsten Entfernungen entsprechen, die unter den herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen überhaupt vorkommen können. Da wir es hier mit einer großen Zahl von Molekülen zu tun haben, die fortwährend in ihre gegenseitige Wirkungssphäre treten und dieselbe verlassen, so können diese erzwungenen Schwingungen durch Superposition eine gewisse Intensität erlangen und wahrnehmbar werden, was eine Verbreiterung der entsprechenden Spektrallinie unmittelbar zur Folge haben muß. Die Breite einer Spektrallinie ergibt sich somit als eine notwendige Folge der gegenseitigen Einwirkung der sich bewegenden Gasmoleküle, wobei man von irgendeiner Dämpfung vollständig absehen kann." Je höher die Temperatur steigt, um so größer wird die mittlere fortschreitende Geschwindigkeit der Moleküle; bei konstanter Dichte werden folglich auch die Moleküle häufiger zusammentreffen, die Intensität des von den erzwungenen Schwingungen herrührenden Lichts wird also zunehmen, und es wird außerdem bei der höheren Temperatur auch die Energie der Strahlung größer sein. Beides zusammen bewirkt die Verbreiterung. Bei gleicher Temperatur, aber zunehmender Dichte wird die Wahrscheinlichkeit einer genügend nahen Entfernung immer größer,

damit also auch die Zahl der Moleküle mit erzwungenen Schwingungen, woraus ebenfalls Intensitätsvermehrung der letzteren oder also Verbreiterung der entsprechenden Linie eintritt. „Setzt man die Kompression eines Gases bis zu den äußersten Grenzen fort, so wird der mittlere Abstand der Moleküle schon so klein, daß man die wechselseitige Einwirkung derselben nicht mehr vernachlässigen darf. Es müssen dann höchst komplizierte Vorgänge stattfinden: Die Moleküle werden sich gegenseitig beeinflussen und massenhafte erzwungene Schwingungen hervorrufen; die Spektrallinien breiten sich dabei noch weiter aus, außerdem werden neue Molekularkomplexe sich bilden, und im Resultat scheint es, als ob im Spektrum alle Schwingungen vorhanden wären, d. h. wir bekommen ein kontinuierliches Spektrum. Nach dieser Auffassungsweise, welche freilich nichts Neues enthält, muß also ein sehr stark komprimiertes Gas, und aus denselben Gründen ein glühender fester Körper, ein kontinuierliches Spektrum aussenden."

Verbreiterung der Linien durch magnetische Einflüsse.

Zeeman[1]) hat gefunden, daß die Linien von Gasen, welche in einem starken magnetischen Feld leuchten, eine merkliche Verbreiterung erfahren. Zur Erklärung dieses sogenannten Zeemanschen Phänomens hat dann Lorentz[2]) eine Theorie aufgestellt, welche nicht nur eine derartige Verbreiterung deutete, sondern weitergehend zu dem Resultat führte, daß bei genügender Feinheit des Spaltes und sehr starker Dispersion die Verbreiterung sich als eine scheinbare erweisen müßte, hervorgerufen durch eine Zerteilung der Linie in mehrere Komponenten, deren Licht in verschiedener Weise polarisiert sei. Diese theoretische Voraussage ist dann bald

[1]) P. Zeeman, On the Influence of Magnetism on the Nature of Light Emitted by a Substance. Philos. Magaz. 1897. Manch.

[2]) Lorentz, La théorie électromagnétique de Maxwell. Leyde 1892. — Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895.

nachher durch Zeeman und andere experimentell bestätigt worden. Unter Umständen treten auch noch weitere Komplikationen des Phänomens auf.

Die Lorentzsche Erklärung basiert auf der Erweiterung der Maxwellschen Lichttheorie durch die Einführung der Anschauung über das Wesen der Elektronen. Es wird also angenommen, daß in allen Körpern kleine elektrisch geladene Körperchen von bestimmter Masse vorhanden sind, die wir vorläufig als Ionen bezeichnen, um sie nicht bloß als Elektronen in Anspruch zu nehmen, und daß alle elektrischen Erscheinungen abhängig sind von der Konfiguration und Bewegung dieser Ionen, und daß die Lichtschwingungen Schwingungen der Ionen sind. Dann bestimmen Ladung, Konfiguration und Bewegung der Ionen vollständig den Zustand des Äthers. Bewegen sich die Ionen in einem magnetischen Feld, so wirken mechanische Kräfte auf sie ein, und diese können Änderungen der Schwingungsperiode zur Folge haben, und zwar in der Weise, daß die Kanten der resultierenden Spektrallinien zirkular polarisiert sein müssen.

Die relativen Bewegungsgleichungen eines schwingenden Ions in einem gleichförmigen magnetischen Feld mit der konstanten magnetischen Kraft H, welche parallel zur z-Achse gerichtet ist, ergeben sich folgendermaßen, wenn die Schwingungen nur in der x y-Ebene vor sich gehen und m die Masse eines Ions und e die Ladung desselben bezeichnet:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2x + eH\frac{dy}{dt},$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2y - eH\frac{dx}{dt}.$$

Das erste Glied rechts hierin bedeutet die elastische Kraft, mit welcher das Ion in seine Gleichgewichtslage zurückgezogen wird, das zweite die mechanische Kraft, welche durch das magnetische Feld erzeugt wird.

Diesen Gleichungen genügen die folgenden Werte von x und y:

$$x = \alpha e^{st},$$

$$y = \beta e^{st},$$

worin

$$m s^2 \alpha = -k^2 \alpha + e H s \beta ,$$
$$m s^2 \beta = -k^2 \beta - e H s \alpha .$$

Für uns handelt es sich nur um die Änderung der Periode. Außerhalb des magnetischen Feldes, wo $H = 0$ ist, folgt

$$s = i \frac{k}{\sqrt{m}} = i \frac{2\pi}{T} \qquad \text{oder} \qquad T = \frac{2\pi\sqrt{m}}{k} .$$

Im magnetischen Feld dagegen ist

$$s = i \frac{k}{\sqrt{m}} \left(1 \mp \frac{e H}{2 k \sqrt{m}} \right) .$$

In diesem Falle wird die Periode

$$T' = \frac{2\pi\sqrt{m}}{k} \left(1 \pm \frac{e H}{2 k \sqrt{m}} \right) .$$

Das Verhältnis der Periodenänderung zur ursprünglichen Periode wird also

$$\frac{e H}{2 k \sqrt{m}} = \frac{e}{m} \cdot \frac{H T}{4\pi} .$$

Eine partikuläre Lösung der ursprünglichen Differentialgleichungen ist nun dadurch gegeben, daß die Bewegung der Ionen in Kreisen angenommen wird. Dann ist die Periode für die positive Bewegungsrichtung etwas kleiner als für die negative, wie aus dem Vorzeichen in dem Klammerausdruck für T' hervorgeht.

Die allgemeine Lösung zeigt weiter, daß die Ionen außer Kreisen auch langsam rotierende elliptische Bahnen beschreiben; denn es ist klar, daß wenn die Bewegung der Ionen in einer beliebigen Richtung vor sich geht, die Projektion dieser Bahn auf die xy-Ebene diesen Charakter hat. Die Bewegung in der z-Achse ist eine einfache harmonische, unabhängig von derjenigen in der xy-Ebene und dieselbe auch nicht störend; sie ist also auch nicht durch die magnetischen Kräfte beeinflußt.

Es möge nun ein Beobachter angenommen werden, der nach einer in einem magnetischen Feld befindlichen Flamme

in der Richtung der magnetischen Linien sieht. Könnte derselbe die Ionen selbst sehen, so würde sich folgendes ergeben. Einige Ionen bewegen sich in Kreisen und senden daher zirkular polarisiertes Licht aus, je nach der Bewegungsrichtung mit kleinerer oder größerer Periode. Ferner werden Ionen vorhanden sein, welche scheinbar stille stehen und sich in Wirklichkeit parallel zu den Kraftlinien in ungeänderter Periode bewegen. Die übrigen Ionen werden sich in rotierenden elliptischen Bahnen bewegen.

Um nun den hierdurch gekennzeichneten Zustand des Äthers kennen zu lernen, ist die folgende von Lorentz aus seiner allgemeinen Theorie abgeleitete Regel zu beachten: Es möge vorausgesetzt werden, daß in einem Molekül ein Ion P, dessen Gleichgewichtslage in P_0 sich befinde, gleichzeitig zwei oder mehrere Bewegungen ausführt, d. h. der Vektor P_0P sei entstanden durch die Summierung der Vektoren, welche in dem gegebenen Augenblick jeder einzelnen Bewegung zukommen, dann wird der Ätherzustand in einer im Verhältnis zu P_0P großen Entfernung erhalten durch Übereinanderlagerung der Zustände, welche in jedem einzelnen vorhanden sind. Hieraus ergibt sich zunächst, daß eine kreisförmige Bewegung eines Ions zirkular polarisiertes Licht zu Punkten der Kreisachse liefern wird.

Die beliebige Bewegung eines Ions zerlege man in eine harmonische Bewegung parallel zur z-Achse und in zwei rechts und links herumgehende kreisförmige Bewegungen in der xy-Ebene. Unter dem Einfluß der magnetischen Kraft bleibt die erstere ungeändert, während die Perioden der beiden anderen geändert werden. Im Spektroskop werden nun diese Schwingungen nach ihrer Periodenzahl nebeneinander geordnet; d. h. die Bewegung der Ionen wird nach den drei Zerlegungen geordnet oder mit anderen Worten, die ursprünglich einfache Linie verwandelt sich in ein Triplet, von dem die beiden äußeren Komponenten zirkular polarisiertes Licht besitzen müssen.

Beobachtbar werden diese, praktisch längst bestätigten und erweiterten Erscheinungen nur bei Linien, die aus anderer

Ursache keine merkliche Verbreiterung erfahren haben, weil es sich selbst bei sehr starken magnetischen Kräften nur um sehr geringe Periodenänderungen handelt. Deshalb ist auch vorläufig wohl nicht zu erwarten, daß das Zeemansche Phänomen in der Astrophysik Bedeutung erlangen wird.[1])

Weitere Komplikationen des Zeemanschen Phänomens sollen weiter unten noch kurz angedeutet werden.

Die anomale Dispersion.

Bei denjenigen Stoffen, bei denen der Brechungskoeffizient mit abnehmender Schwingungsdauer kontinuierlich abnimmt, bezeichnet man die Dispersion als eine normale. Man kann bei derselben den Brechungskoeffizienten als verhältnismäßig einfache Funktion der Wellenlänge darstellen; die Bedeutung dieser Funktion geht aber kaum über diejenige von Interpolationsformeln hinaus. Bei vielen anderen Stoffen, und zu ihnen gehören vornehmlich die Gase, stellt sich die Dispersion als eine sehr komplizierte Funktion der Wellenlänge dar, insofern die Brechungskoeffizienten im allgemeinen gering sind, bei speziellen Werten der Wellenlänge aber sehr hohe Werte annehmen können, und zwar stets dort, wo Maxima der Absorption vorliegen, so daß das Brechungsvermögen unmittelbar in enge Beziehung zur Absorption gebracht werden muß. Sellmeier[2]) nahm deshalb an, daß, wenn die Schwingung des Äthers nahe mit der Eigenschwingung der Moleküle zusammenfalle, diese in lebhaftes Mitschwingen geraten müssen und so die anomale Dispersion zu erklären vermöchten. Helmholtz[3]) hat dann auf dieser Grundlage eine Theorie der anomalen Dispersion gegeben, welche bisher alle beobachteten Erscheinungen zu deuten vermag, allerdings nach rein mechanischen Prinzipien. Er nimmt an, daß die ponderablen Moleküle hin-

[1]) Inzwischen ist dies doch bereits geschehen. Hale hat in Sonnenflecken das Zeemansche Phänomen aufgefunden und damit das Vorhandensein starker magnetischer Kräfte in der Sonne konstatiert.

[2]) Pogg. Ann. 145, 147. Siehe auch besonders die Drudeschen Darlegungen hierüber, denen hier Folge gegeben wird, in Winkelmanns Handbuch der Physik. Band II, Abt. I.

[3]) Berl. Ber. 1874.

reichend dicht liegen, um alle Teile des zwischen ihnen befindlichen Äthers gleichmäßig zu affizieren. Die Wechselwirkung zwischen Ätherteilchen und Molekülen setzt er den relativen Entfernungen proportional und nimmt weiter an, daß die Bewegung nur in ebenen Wellen, welche sich nach der z-Achse fortpflanzen, vor sich geht. Bezeichnet man mit u die Elongation der Ätherteilchen, mit U diejenige der Moleküle, so ergibt sich die Gleichung

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \beta (u - U) .$$

Die Bewegungsgleichung für die ponderablen Moleküle ergibt sich aus der Annahme, daß sie nach festen Ruhelagen angezogen werden und daß ihre Bewegung mit Reibung, also mit Energieverlust stattfindet, zu

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\gamma U - \delta \frac{\partial U}{\partial t} + \beta' (u - U) .$$

Bezeichnet man mit m die Dichte des Äthers, mit M diejenige des Anteils der Materie, welcher durch die Lichtschwingungen mit in Bewegung gesetzt wird, so muß sein

$$M \beta' = m \beta ,$$

wobei M wesentlich kleiner als die Dichte des Körpers sein kann, so daß $\frac{M}{m}$ einen endlichen Wert besitzen kann.

Da die Moleküle nicht aufeinander einwirken sollen, so enthält die Gleichung (2) keinen Differentialquotienten von U nach z. M, m, α und δ müssen positive Größen sein. Ferner muß β positiv sein, falls ein stabiles Gleichgewicht zwischen Äther und Molekülen möglich sein soll, und ebenso muß $\beta' + \gamma > 0$ sein, falls die Moleküle bei Fehlen von Ätherschwingungen in stabiler Weise um ihre Ruhelagen schwingen können.

Zur Integration wird gesetzt

$$(3) \qquad u = A e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) = \Re \left[A e^{\frac{i}{\tau} (t - \pi' z)} \right] ,$$

$$(4) \qquad U = A' e^{-kz} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + \Delta \right) = \Re \left[A' e^{\frac{i}{\tau} (t - \pi' z)} \right] ,$$

wobei $\mathfrak{R}$ bedeuten soll, daß der reelle Teil der nachfolgenden komplexen Größe genommen werden soll, und wobei A und $\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{T}$ reell sind, während für die komplexen Größen π' und A' die Beziehungen bestehen:

$$(5)\quad \begin{cases} \pi' = p - i p', \quad p = \dfrac{T}{\lambda} = \dfrac{1}{V}, \quad p' = \tau k, \\ A' = \mathfrak{A} + i\mathfrak{A}', \quad \mathfrak{A} = A'\cos 2\pi\Delta, \quad \mathfrak{A}' = A'\sin 2\pi\Delta, \end{cases}$$

wobei V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts im Medium ist. Da nun

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{i}{\tau} U,$$

so nimmt die Gleichung (2) die Form an

$$U\left(-\frac{1}{\tau^2} + \beta' + \gamma + \frac{i\delta}{\tau}\right) = \beta' u.$$

Bezeichnet man die Dauer der Eigenschwingungen der Moleküle, falls dieselben sich ohne Reibung bewegen könnten ($\delta = 0$) und der Äther in Ruhe verbliebe ($u = 0$), mit T_1 und setzt $\tau_1 = \frac{T_1}{2\pi}$, so ist

$$\beta' + \gamma = \frac{1}{\tau_1^2},$$

und demnach

$$(6)\qquad U = u \cdot \frac{\beta'}{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2} + i\frac{\delta}{\tau}}.$$

Hieraus und aus (5) ist das Verhältnis der Schwingungsamplitude der Moleküle zu der des Äthers, sowie die gegenseitige Phasendifferenz abzuleiten:

$$\frac{A'}{A} = \frac{\beta'}{\sqrt{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}}, \qquad \operatorname{tg} 2\pi\Delta = \frac{\frac{\delta}{\tau}}{\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_1^2}}.$$

Bei sehr langsamen Schwingungen ($\tau = \infty$) ist daher $\frac{A'}{A} = \beta'\tau_1^2$, $\Delta = 0$. Moleküle und Äther schwingen also in

gleicher Phase. Für $\tau = \tau_1$ wird $\frac{A'}{A} = \beta' \cdot \frac{\tau_1}{\delta}$, $\Delta = -\frac{1}{4}$, für sehr schnelle Schwingungen ($\tau = 0$) wird $A' = 0$, $\Delta = -\frac{1}{2}$. Je kleiner die Reibung (δ) ist, um so heftiger gelangen die Moleküle für $\tau = \tau_1$ ins Mitschwingen und um so plötzlicher vollzieht sich der Wechsel in der Phasendifferenz von Null auf $-\frac{1}{2}$.

Mit Benutzung von (6) schreibt sich (1) so:

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 u}{dt^2}\left\{1 - \beta\tau^2 + \frac{\beta\beta'\tau^2}{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2} + i\frac{\delta}{\tau}}\right\} = a\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von derjenigen ohne Berücksichtigung der Dispersion nur dadurch, daß die frühere optische Konstante a des Äthers jetzt auch von τ abhängt.

Aus (7) und (5) folgt:

$$(8) \qquad a(p^2 - p'^2) = 1 - \beta\tau^2 + \beta\beta'\tau^2 \frac{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}},$$

$$(8') \qquad 2app' = \frac{\beta\beta'\delta\tau}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}.$$

Bezeichnet man die optische Konstante a des leeren Raums mit a_0, so ist a_0 gleich dem Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit V_0 des Lichts in ihm, daher nach (5):

$$a_0 p^2 = n^2,$$

wo n den Brechungsindex des Mediums gegen den leeren Raum bedeutet. Führt man außerdem die Wellenlänge des Lichts im leeren Raum (λ_0) ein nach der Beziehung

$$\lambda_0 = V_0 T = T\sqrt{a_0},$$

so werden die Gleichungen (8):

$$(9) \qquad \frac{a}{a_0}\left(n^2 - k^2\frac{\lambda_0^2}{4\pi^2}\right) = 1 - \beta\tau^2 + \beta\beta'\tau^2 \frac{\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}$$

$$(9') \qquad 2\frac{a}{a_0} n k V_0 = \frac{\beta\beta'\delta}{\left(\frac{1}{\tau_1^2} - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 + \frac{\delta^2}{\tau^2}}.$$

$\frac{I}{\delta}$ hat die physikalische Bedeutung, daß die Zeit, innerhalb welcher die Eigenschwingungen der Moleküle auf einen bestimmten Bruchteil ihres Anfangswertes ohne Einwirkung der Ätherschwingungen herabsinken, der Größe von $\frac{I}{\delta}$ proportional ist. Macht man die Annahme, daß diese Zeit groß ist im Vergleich zur Schwingungsdauer T, d. h. daß die Reibung der Moleküle gering ist, so erkennt man aus (9'), daß $n k_{max} = \frac{\beta \beta' \tau_1^2 a_0}{2 V_0 \delta a}$ ein scharf ausgeprägtes Maximum für $T = T_1$ ist. Nahezu symmetrisch zu diesem Maximum fällt für größere und kleinere Werte von T der Wert von nk schnell ab, und zwar um so schneller, je kleiner δ ist. Da sich innerhalb enger Grenzen von T das n nicht so stark ändert wie k, so gilt das Gesagte mit einer gewissen Annäherung für k allein. Je kleiner also die Reibung δ ist, um so schmaler ist der Absorptionsstreifen und um so ausgeprägter (Gase). Bei großem δ wird er immer breiter (Metalle).

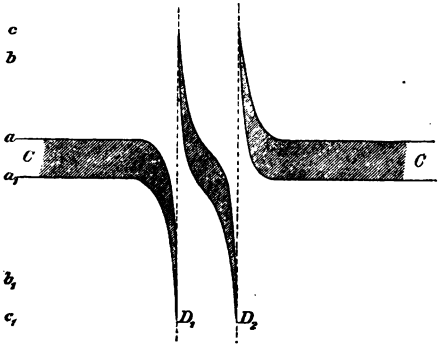


Abb. 4.

Wie (9) lehrt, nimmt der Wert von $n^2 - k^2 \frac{\lambda_0^2}{4\pi^2}$ in der Nähe von $\tau = \tau_1$ stark zu mit wachsendem τ, falls δ klein ist. Da k nahezu gleichen Wert besitzt für zwei verschiedene Schwingungszeiten, welche um gleichviel von der Eigenschwingungsdauer T_1 der Moleküle sich unterscheiden, so muß also auch der Brechungsindex n für diese Schwingungsdauern stark mit wachsendem T zunehmen. Dieses Zusammenfallen starker Dispersion mit den Maximis der Absorption ist aber die wesentliche Erscheinung der anomalen Dispersion.

Eine Darstellung der auf der elektromagnetischen Lichttheorie beruhenden Erklärungen, wie sie von Goldhammer, v. Helmholtz, Ebert und schließlich von Drude aufgestellt sind, soll hier nicht gegeben werden; es ist aber darauf aufmerksam zu machen, daß man die Resultate der mechanischen Theorie in die der elektromagnetischen überführen kann, wenn man das dort auftretende Massenverhältnis $M_h : m_o$ als Polarisation ε_h der bestimmten Moleküleart definiert.

Die anomale Dispersion hat, abgesehen von ihrer theoretischen Wichtigkeit, in den letzten Jahren dadurch an Interesse gewonnen, daß einzelne Physiker sie zur Erklärung gewisser Erscheinungen auf der Sonne herangezogen haben.

Bei einzelnen Metalldämpfen, speziell dem Natriumdampf, lassen sich die durch die anomale Dispersion verursachten spektralen Erscheinungen sehr leicht hervorrufen, indem man den glühenden Dämpfen eine prismenähnliche Begrenzung gibt und ein solches Gasprisma vor den Spalt eines Spektroskops setzt, mit der brechenden Kante senkrecht zum Spalt. Beim Natriumdampf ist die Herstellung eines derartigen Gasprismas sehr einfach, da ein brennendes Stückchen Natrium eine konische, nach oben spitz zulaufende Flamme liefert, deren Durchschnitt ein genähertes Prisma darstellt. Allerdings wechselt hierbei Dampfdichte und Winkelöffnung ständig, so daß die Stärke der Dispersion sich fortwährend ändert; eine mittlere Erscheinung ist aber recht gut zu beobachten. Ein kontinuierliches Spektrum erscheint auch bei vorgesetztem Gasprisma im allgemeinen ganz ungeändert, da für die Mehrzahl der Wellenlängen die Dispersion sehr gering ist; an den Stellen der Absorption, also z. B. bei den D-Linien, aber findet eine sehr starke Ablenkung statt, die sich durch seitliche Verschiebung des kontinuierlichen Spektrums dokumentiert. Abb. 4 lehrt, in welcher Weise die anomale Dispersion des Natriumdampfes bei den D-Linien in die Erscheinung tritt.

V. KAPITEL.

Gesetzmäßigkeiten in der Zahl der Linien.

Auf S. 96 ist bereits darauf hingewiesen worden, daß jedes Element (eventuell seine Verbindungen mit Sauerstoff, Chlor oder anderen Elementen) durch sein Spektrum charakterisiert ist, so daß aus dem Spektrum, d. h. aus der Zahl, Lage und Intensität der Linien das Grundelement zu erkennen ist, daß aber die meisten Elemente, je nach der Leuchterregung ihrer Gase, verschiedene Spektra aufweisen, die teils noch gewisse Ähnlichkeiten zeigen, teils aber auch durchaus unähnlich untereinander sind. Hierdurch werden alle Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen der Zahl der Linien und anderen physikalisch-chemischen Eigenschaften der Elemente außerordentlich erschwert, da bei den Vergleichungen nur homogenes Material verwendet werden kann. Derartige Untersuchungen sind aber von größter Wichtigkeit für die Erkenntnis der atomistischen Struktur der Elemente.

Bei Gelegenheit der Darstellung der Elektronentheorie ist darauf aufmerksam gemacht worden, daß auch die Atome der Elemente, die bisher als wirklich unteilbar galten, wahrscheinlich weiter zerlegbar sind; aber mit Ausnahme bei den stark radioaktiven Elementen, die von selbst ihren Atomverband mehr oder weniger langsam auflösen, gehören zu der Zerlegung der Atome derartig enorme Temperaturen, wie sie vorläufig jedenfalls nicht annähernd zu erreichen sind, und wir wollen daher die Elemente in den folgenden Betrachtungen als tatsächlich nicht weiter zerlegbar annehmen, und um ein Zurückgehen auf chemische Lehrbücher zu vermeiden, etwas weiter ausholen.

Die maßgebende Charakteristik der Elemente ist das Atom- oder Verbindungsgewicht, d. h. diejenige Verhältniszahl, welche angibt, wie viele Gewichtsteile der verschiedenen Elemente im gasförmigen Zustand sich zu chemischen Verbindungen vereinigen können. Der Wasserstoff hat das kleinste Atomgewicht aller Elemente; man hat es daher mit 1 bezeichnet,

so daß die Atomgewichte aller anderen Elemente größere Zahlen sind. Wenn z. B. das Atomgewicht von Sauerstoff 16, dasjenige von Blei 207 ist, so besagt dies, daß sich nur 16 Gewichtsteile Sauerstoff mit 207 Gewichtsteilen Blei vereinigen können, oder Vielfache hiervon, z. B. $2 \times 16 = 32$ Teile Sauerstoff mit 207 Teilen Blei, niemals aber unter beliebigen anderen Verhältnissen. Wir werden hier der Einfachheit halber die Atomgewichte immer in ganzen Zahlen angeben; in Wirklichkeit sind es nicht so einfache Verhältniszahlen, wenngleich sich nicht leugnen läßt, daß sie mit wenigen Ausnahmen ziemlich nahe bei ganzen Zahlen liegen. Man hat lange Zeit geglaubt, daß die Abweichungen von den ganzen Zahlen nur durch Fehler in den Bestimmungen der Atomgewichte verursacht seien oder durch Verunreinigungen der betreffenden Substanzen, und daß alle Elemente nur durch die Zusammenschließung der Wasserstoffatome entständen, indem letztere der eigentliche Grundstoff der Materie seien. So sollte z. B. Sauerstoff aus 16 Wasserstoffatomen, Blei aus 207 bestehen. Als sich das Atomgewicht des Chlors in unzweifelhafter Weise als nahe 33,5 herausstellte, konnte man sich mit der Annahme helfen, daß der Wasserstoff selbst bereits aus zwei Atomen des Grundelements zusammengesetzt sei und die übrigen Elemente hauptsächlich aus Vielfachen dieser Doppelatome beständen, in einzelnen Fällen, wie beim Chlor, aber auch aus ungeraden Vielfachen der Einzelatome. Die Ansicht, daß der Wasserstoff das Grundelement sei, ist auch heute noch vielfach verbreitet; aber man stellt sich die Bildung der übrigen Elemente durchaus nicht mehr in so einfacher Weise vor wie früher, jedenfalls nicht in dem Sinne, daß das Atomgewicht ohne weiteres die Zahl der Atome eines Grundelements angäbe. So kann es vorkommen, daß zwei differente Elemente sich in ihren Atomgewichten um viel weniger als eine Einheit unterscheiden, wofür ein interessantes Beispiel die Elemente Nickel und Kobalt bieten. Nach den neuesten Bestimmungen soll Kobalt das Atomgewicht 59,0, Nickel 58,7 besitzen; nach anderen Ermittelungen liegen die Atomgewichte noch näher zusammen, so daß sich nicht entscheiden läßt, welches der

beiden Metalle das höhere besitzt. Und doch hat man es hier mit zwei Elementen zu tun, die trotz vielfacher Ähnlichkeiten durch ganz bestimmte Charaktere sich unterscheiden.

Es ist heute als eine feststehende Tatsache zu betrachten, daß jedem Element ein unveränderliches, ganz bestimmtes Atomgewicht zukommt, und daß sich die Materie nicht in beliebiger, etwa kontinuierlich verlaufender Weise zu den Elementen zusammenfügen kann, daß es also nicht unendlich viele Elemente gibt, sondern daß die Materie gezwungen ist, sich diskontinuierlich in ganz bestimmten Verhältnissen zu vereinigen, so daß von dem einen derartigen Vereinigungspunkt bis zum nächsten keine weiteren Zusammenfügungen möglich sind. Das läßt sich in anderen Worten als folgender Grundsatz des Aufbaues unserer Materie hinstellen: Das Atomgewicht ist das unveränderliche und charakteristische Argument, von dem allein alle chemischen und physikalischen Eigenschaften der sämtlichen Elemente abhängen. Dieser Satz ist nun von äußerster Wichtigkeit; denn es ergibt sich aus ihm ohne weiteres, daß, wenn das Gesetz bekannt wäre, nach dem die Atomgewichte entstehen, wir in der Lage wären, alle Elemente, welche die Natur hervorbringen kann (nicht zu verwechseln mit denjenigen, welche als vorhanden bekannt sind), im voraus anzugeben, nebst ihren sämtlichen Eigenschaften. Von dieser Kenntnis kann aber noch gar keine Rede sein; von dem herrschenden Grundgesetz haben wir noch keine Ahnung, und doch ist uns statistisch bereits so viel bekannt, daß wir von dem praktischen Endziel dieser Untersuchungen nicht allzuweit entfernt sind.

Wenn man die chemischen Elemente nach ihren Atomgewichten ordnet, so bemerkt man, daß damit eine kontinuierliche Änderung der meisten chemischen und physikalischen Eigenschaften verbunden ist, entweder durchweg ansteigend oder absteigend oder aber auch vom Ansteigen übergehend in Absteigen und umgekehrt. Endlich tritt jedoch bei einer nur kleinen Zunahme des Atomgewichts eine plötzliche Änderung der Eigenschaften ein, ein Zurückschlagen, so daß nun-

mehr wieder Ähnlichkeit mit dem Anfangselement vorhanden ist: die Änderung der Eigenschaften geht also periodisch vor sich. Von diesen periodischen Veränderungen werden hauptsächlich folgende Eigenschaften betroffen: die Valenz oder Wertigkeit der Elemente bei den Verbindungen mit Sauerstoff und Wasserstoff; das Atomvolumen; das spezifische Gewicht; die Dehnbarkeit; die Schmelzbarkeit usw., und, worauf es hier nun speziell ankommt, gewisse spektrale Eigenschaften.

Die Zahl der Elemente, welche zu einer Periode gehören, beträgt entweder 8 oder 19. Mendelejeff und L. Mayer haben nach diesen Gesichtspunkten ihre natürlichen periodischen Systeme der Elemente aufgestellt, in welchen jedoch noch viele Lücken vorkommen, was aber selbstverständlich erscheint, da uns noch lange nicht alle existierenden Elemente bekannt sind. Wie naturgemäß diese Einteilung ist, geht am deutlichsten daraus hervor, daß es möglich gewesen ist, durch systematische Forschung auf Grund der aus dem System vorauszusetzenden Eigenschaften einige bis dahin unbekannte Elemente zu entdecken.

Der Wasserstoff, dessen Atomgewicht das kleinste aller bekannten Elemente ist und deshalb zu 1 angesetzt wird, läßt sich nicht ohne weiteres in das natürliche System einreihen. Es kommt dies wahrscheinlich daher, daß noch eine ganze Reihe von leichteren Elementen existiert, die wir noch nicht kennen, und mit denen der Wasserstoff eine besondere Periode bildet. Viel verbreitet ist auch die Ansicht, daß der Wasserstoff zwar das eigentliche Grundelement darstelle, aus dem sich alle anderen Elemente durch Assoziationen der Wasserstoffatome formieren, aber nicht derjenige, wie er uns im Laboratorium erscheint, sondern wie er bei den allerhöchsten Temperaturen der Fixsterne sich durch seine besonderen spektralen Eigenschaften verrate.

Nach dem Vorausgeschickten müssen nun in einer natürlichen tabellarischen Anordnung der Elemente fortschreitende Ähnlichkeiten auftreten, sowohl im Sinne der horizontalen als auch der vertikalen Reihen. Um dies auch bei den großen Perioden zur Anschauung zu bringen, sind dieselben in zwei

kann die vorherrschende Bildung von Basen bei den Metallen und von Säuren bei den Metalloiden angesehen werden. Die äußeren Vertikalkolumnen 2 und 3 sowie 9 enthalten ausgesprochene Metalle, nur Osmium in der 9. Kolumne hat auch metalloidische Eigenschaften. In 2 sind die Oxyde der linksstehenden Elemente die stärksten Basen, auch in 3 tritt diese Eigenschaft noch stark hervor. 4, 5, 7, 8 enthalten Metalle und Metalloide nebeneinander, aber in 6, 7, 8 sind teilweise die Oxyde die stärksten Säuren.

Von den charakteristischen physikalischen Eigenschaften sind es besonders zwei, die gut bekannt sind und den periodischen Charakter am deutlichsten zeigen: die Schmelztemperaturen und die Atomvolumina. Die Schmelztemperatur ist zwar keine wirkliche Konstante, da sie z. B. mit dem Druck variiert; aber die Änderungen sind relativ gering, so daß sie hier vernachlässigt werden können. Bei manchen Elementen ist die Schmelztemperatur so hoch, daß Schmelzungen im Laboratorium nicht auszuführen sind; es muß dann an Stelle einer exakten Zahl die Angabe „sehr hoch" dienen, jedenfalls über 2500° C. In der graphischen Darstellung, Abb. 5, sind auf der unteren horizontalen Linie die Atomgewichte von 0 bis 240 eingetragen. Die Stellung der bis jetzt bekannten Elemente ist in dieser Skala durch einen senkrechten Strich markiert, an dessen unterem Ende sich das Elementenzeichen befindet. Die Schmelztemperaturen sind als Ordinaten eingetragen, und die punktierte Verbindungslinie stellt die Kurve der Schmelztemperaturen dar. Bei den seltenen Elementen zwischen den Atomgewichten 140 bis 180 und oberhalb 210 fehlen die Angaben über die Schmelztemperatur; aber trotz dieser Lücken ist der periodische Charakter der Kurve ganz unverkennbar. Scharf ausgeprägte Maxima der Schmelztemperaturen befinden sich bei den Elementen Kohle, Silizium, Titan, Niobium und Tantal, welche sämtlich zu den beiden mittleren Gruppen 5 und 6 gehören. Die Minima liegen bei Sauerstoff, Fluor, Chlor, Brom, Krypton, Jod, Xenon und Caesium, die zu den äußeren Reihen 1, 2 und 8 gehören. Die sonst schon abnorme Reihe 9 enthält nur Elemente mit hohen Schmelztemperaturen.

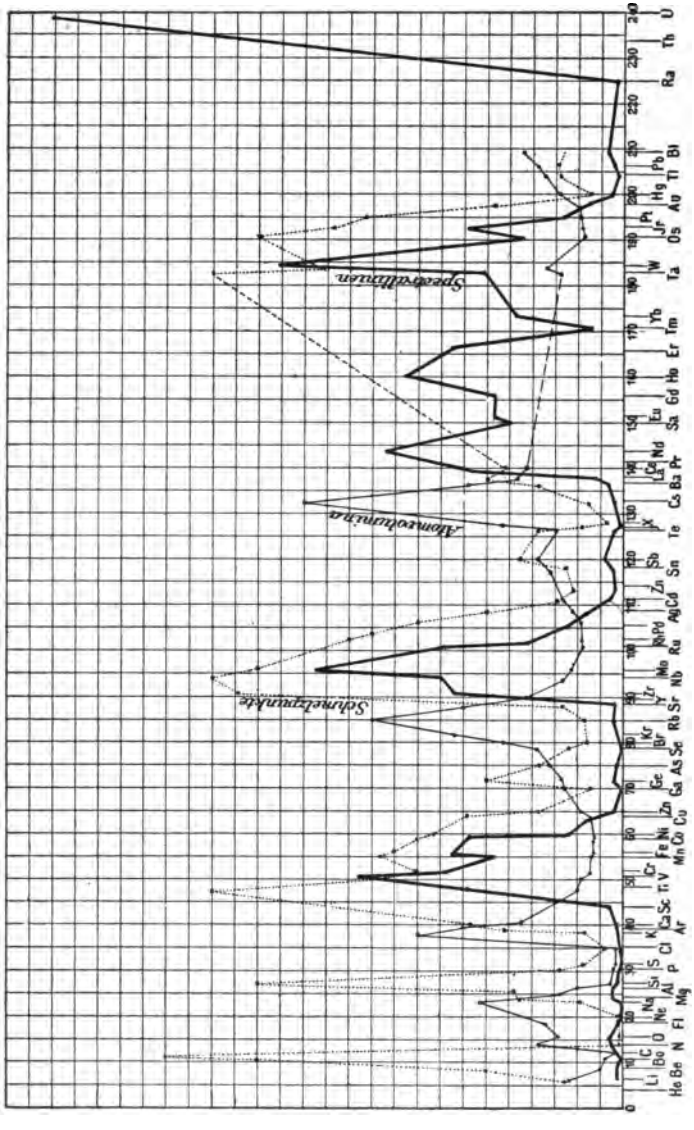

Speerstimmen
Atomvolumina
Schmelzwärme
H He Be N C O Ne Fl Na Mg Al Si P S Cl K Ca Sc Ti V Cr Mn Co Fe Ni Cu Zn Ga Ge As Se Br Kr Rb Sr Y Zr Nb Mo Ru Rh Pd Ag Cd In Sn Sb Te J Cs Ba La Ce Pr Nd Sa Eu Gd Ho Er Tm Yb Ta W Os Ir Pt Au Hg Tl Pb Bi Ra Th U
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240

Abb. 5.

UNIV. OF CALIFORNIA

Eine auffallende Tatsache ist der häufig außerordentlich schroffe Übergang von hohen zu tiefen Schmelztemperaturen, auch bei sehr geringen Unterschieden des Atomgewichts, wie das die steilen Auf- und Abstiege bei den Maximis zeigen. Es sei hier nebenbei bemerkt, daß derartige Eigentümlichkeiten am besten lehren, eine wie außerordentlich scharfe Charakteristik das Atomgewicht für ein Element ist, so daß kein Zweifel darüber bestehen kann, daß die Elemente durch einen ganz bestimmten Aufbau der Atome bedingt werden, in dem Sinne, daß kontinuierliche Übergänge zwischen den einzelnen Elementen nicht existieren, worauf schon oben hingewiesen wurde.

Der Begriff des Atomvolumens ist folgendermaßen formuliert. Das Volumen eines Grammes einer Substanz wird als spezifisches Volumen bezeichnet; multipliziert man dasselbe mit dem betreffenden Atomgewicht, so erhält man das Atomvolumen. Über die physikalische Bedeutung dieser Konstante ist zu bemerken, daß die Atomvolumina die relativen Volumina der Atome selbst darstellen würden, wenn bei allen Elementen der Raum zwischen den Atomen der gleiche wäre; das ist aber sicherlich nicht der Fall, und deshalb stellen die Atomvolumina die Summe der Räume dar, welche von den Atomen und dem dazugehörigen „leeren Raume" beansprucht werden.

In Abb. 5 sind nun die Atomvolumina in entsprechender Weise dargestellt, wie die Schmelztemperaturen, und durch die dünn ausgezogene Linie verbunden. Die Maxima liegen, soweit sie sich verfolgen lassen — bis Atomgewicht 140 — bei Lithium, Natrium, Kalium, Rubidium und Caesium, also bei den sämtlichen Elementen der zweiten Gruppe, den Alkalimetallen; auch sie sind ziemlich schroff ausgeprägt, und ihre Höhen wachsen mit zunehmendem Atomgewicht. Die Minima sind ziemlich breit und gehören den Gruppen von 5 bis 9 an. Die Maxima liegen etwa in der Mitte zwischen den Maximis und Minimis der Schmelzpunkte.

Gehen wir nun zu den Beziehungen über, welche zwischen dem spektralen Verhalten der Elemente und ihrer Stellung im periodischen System bestehen, so läßt sich nach den Unter-

suchungen von Exner und Haschek ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Zahl der Spektrallinien eines Elements und seiner Stellung im periodischen System erkennen. Daß hierbei Abweichungen und Ausnahmen vorkommen, spricht durchaus nicht gegen einen solchen Zusammenhang, denn es sind zwei Gründe vorhanden, welche Abweichungen bewirken müssen. Das ist einmal der Umstand, daß die Spektra an einer willkürlichen Stelle abgebrochen sind, so daß ein Ausgleich nicht stattfinden kann, dann aber der weitere, daß die Elemente sehr verschiedene spektrale Empfindlichkeit besonders in bezug auf schwächere Linien besitzen, so daß unter sonst gleichen Umständen in einzelnen Spektren die schwächsten Linien gar nicht zur Wahrnehmung gelangen. Zieht man diese beiden Umstände in Betracht, so muß man sich eher über die außerordentliche Deutlichkeit, mit welcher der Zusammenhang in die Erscheinung tritt, wundern.

In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der Linien unter dem Elementenzeichen angegeben, und zwar nach den Beobachtungen von Exner und Haschek, bezogen auf das Funkenspektrum der Elemente.

Die Linien der ersten Gruppe, der sogenannten Edelgase, sind nicht in der Tabelle aufgeführt, da diese Elemente von Exner und Haschek nicht beobachtet sind.

Es ist aus der vorstehenden Zusammenstellung mehrfaches zu ersehen.

1. Im allgemeinen nimmt die Linienzahl mit dem Atomgewicht zu, insbesondere ist die Zahl bei den kleinen Atomgewichten der ersten beiden Perioden sehr gering.

2. Die Linienzahl der ungeraden Horizontalreihen ist außerordentlich viel höher als die der geraden Reihen, und diese Zahlen wachsen mit der Reihenzahl. Es tritt dies sehr deutlich in der folgenden Zusammenstellung (S. 105) hervor, in welcher in der ersten Kolumne die mittlere Zahl der Linien für die betreffende Reihe, in der zweiten Kolumne das mittlere Atomgewicht der betreffenden Elemente angegeben ist. Die VIII. Reihe enthält zu wenige bekannte Elemente, als daß deren Mittelzahlen ein richtiges Bild geben würden. Ebenso bleibt die

Periode	Gruppe 1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	He	Li 9	Be 9	Bo 3	C 13	N 89	O 104	Fl 0	
II	Ne	Na 8	Mg 46	Al 105	Si 44	P 0	S 0	Cl 11	
III	Ar	K 27	Ca 47	Sc 131	Ti 1337	V 2265	Cr 1572	Mn 1152	Fe 1517 Ni 503 Co 1295
IV	—	Cu 159	Zn 108	Ga 14	Ge 62	As 44	Se 0	Br 0	
V	Kr	Rb 55	Sr 40	Y 194	Zr 1424	Nb 1606	Mo 2674	—	Ru 1575 Rh 855 Pd 517
VI	—	Ag 372	Cd 113	Jn 30	Sn 87	Sb 160	Te 79	J 0	
VII	X	Cs 62	Ba 101	La 215	Ce 1300	Pr 1526	Nd 2013	Sa 976	Eu 1193 Gd 1150 —
VIII		—	—	—	—	Ho 1905	Er 1508	Tm 237	
IX		—	—	Yb 897	—	Ta 1213	W 3022	—	Os 838 Ir 1380 Pt 580
X		Au 352	Hg 94	Tl 16	Pb 74	Bi 98	—	—	
XI		—	Ra 17	—	Th 2070	—	U 5270	—	— — —

letzte Reihe aus dem gleichen Grunde sehr unsicher; wir haben aber hier den Mittelwert angegeben, unter Ausschluß des in seiner Stellung noch unsicheren Radiums, um die interessanten schwersten Elemente nicht ganz zu übergehen.

Ein umfassendes Bild von dem Verhalten der Linienzahlen gibt auch hier wieder die graphische Darstellung in Abb. 5 — die dick ausgezogene Linie. Wie bei den beiden anderen Kurven sind die Maxima meist sehr schroff; sie liegen bei den Elementen Sauerstoff, Aluminium, Vanadium, Molybdän, Neodymium, Wolfram und Uran. Die ersten beiden Maxima sind sehr gering, dann aber nehmen sie mit wachsendem Atomgewicht stark zu, um beim Uran mit 5270 Linien ihren Höchstbetrag zu erreichen. Eine ganz charakteristische Erscheinung ist dadurch geboten, daß die sämtlichen Maxima um ein bis drei Elemente im Sinne der zunehmenden Atomgewichte gegen die Maxima der Schmelztemperaturen verschoben sind, während im übrigen zwischen beiden Kurven eine große Ähnlichkeit besteht, die sich sogar in den einzelnen Zacken ausspricht.

Reihe	Mittlere Linienzahl	Mittleres Atomgewicht
I	32	13
II	31	29
III	985	50
IV	67	72
V	995	94
VI	120	118
VII	949	143
VIII	—	—
IX	1322	187
X	126	103
XI	3670	137

Weitere Schlüsse aus dem Material von Exner und Haschek zu ziehen, scheint vorläufig nicht angebracht zu sein.

Die Zahl der von Exner und Haschek im photographischen Teile des Spektrums gemessenen Linien beträgt für alle Elemente insgesamt nahe 50 000; in dem ganzen, der Beobachtung zugänglichen Spektrum dürfte diese Zahl noch um vielleicht 20 000 Linien zu vermehren sein.

VI. KAPITEL.

Gesetzmäßigkeiten in der Linienverteilung.

Die Linienspektra der Elemente zeigen im allgemeinen keine in die Augen fallenden Gesetzmäßigkeiten; die Verteilung der Linien und ihre Intensitäten sind scheinbar nur durch reine Zufälligkeiten bedingt. Auffallend ist nur der Umstand, daß die Zahl der Linien von Rot nach Violett meistens zunimmt, was am besten im Sonnenspektrum, einem Mischspektrum zahlreicher Elemente, zu erkennen ist. Man hat aber stets angenommen, daß die Lage der Emissions- oder Absorptionsmaxima irgendwie mit der Natur der Elemente, mit ihrer atomistischen Struktur zusammenhängen müsse, ähnlich wie bei Schallerregern je nach ihren physikalischen Zuständen eine Reihe von Tönen entstehen können, die untereinander in harmonischen Verhältnissen stehen. Die zahlreichen Versuche, derartige Beziehungen aufzudecken, sind aber lange ohne Erfolg geblieben, und gegenwärtig sucht man überhaupt weniger nach harmonischen Beziehungen als nach einer universellen Formel, welche für gewisse Liniengruppen der sämtlichen Elemente gültig wäre. Ganz besonders erschwert waren alle derartigen Versuche durch die enge Abgrenzung der bekannten Spektralbezirke und die Ungenauigkeit der Wellenlängenbestimmungen und durch die Unhomogenität des Materials, und auch heute noch ist besonders der erstere Faktor durch die Begrenzung des Spektrums im Ultraviolett maßgebend.

Das Spektrum des leichtesten aller bekannten Elemente, des Wasserstoffs, zeigt von den Linienspektren die auffälligste

systematische Anordnung, indem die Abstände der Linien voneinander nach dem Ultraviolett zu immer geringer werden, so daß sie schließlich nach einem bestimmten Punkt hin konvergieren. Beim Wasserstoff ist es dann auch zuerst gelungen, das Liniensystem durch eine sehr einfache Formel darzustellen, und zwar nicht bloß näherungsweise, sondern mit aller bis jetzt erreichbaren Genauigkeit, so daß die betreffende, von Balmer gefundene Form als ein physikalisch-mathematischer Ausdruck und nicht nur als Interpolationsformel zu betrachten ist; sie stellt, obgleich sie nur auf die vier ersten Linien aufgebaut war, das ganze System dar.

Als kleinsten gemeinschaftlichen Faktor der vier ersten Wasserstofflinien fand Balmer in Wellenlängen 3645,6 (in Zehnmillionsteln mm ausgedrückt). Die Wellenlängen der Wasserstofflinien ergeben sich hieraus durch Multiplikation mit $\frac{9}{5}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{25}{21}$, $\frac{36}{32}$, $\frac{49}{45}$ ..., oder allgemein durch den Ausdruck $\frac{m^2}{m^2 - 2^2}$, wobei m die Reihe der ganzen Zahlen von 3 an durchläuft. Bei wachsendem m nähert sich der Bruch der Einheit, für $m = \infty$ konvergiert die Serie der Linien also nach der Wellenlänge 3645,6, über welche hinaus diese Wasserstoffserie nicht reichen kann. Beobachtet sind die Linien zurzeit bis $m = 31$, wo sie schon sehr dicht gedrängt stehen.

Führt man statt der Wellenlängen ihre reziproken Werte ein, also die Schwingungszahlen, so lautet die Balmersche Formel

$$\frac{1}{\lambda} = A + B n^{-2} .$$

Runge hat nun zuerst gefunden, daß sich in einigen Elementenspektren Linienserien finden, die sich durch eine erweiterte Formel darstellen lassen

z. B. $$\frac{1}{\lambda} = a + b n^{-2} + c n^{-4}$$

oder auch

$$\frac{1}{\lambda} = a + b n^{-1} + c n^{-2} .$$

Die erstere dieser Formen ist vorzuziehen, da sie nur noch ein Korrektionsglied zur Balmerschen Formel hinzufügt. Runge und Kayser haben daraufhin sehr ausgedehnte Untersuchungen angestellt, indem sie einmal die Spektra zahlreicher Elemente sehr sorgfältig ausgemessen haben, um sichere Grundlagen zu gewinnen, und dann die Linien dieser Elemente auf etwaige Einordnung in Serien geprüft haben. Hierbei hat sich zunächst als allgemeines Resultat ergeben, daß die Größe B in den verschiedenen Elementen verhältnismäßig nur geringen Schwankungen unterliegt, die aber doch die Genauigkeitsgrenze beträchtlich überschreiten, so daß von einer Konstanz keine Rede sein kann.

Rydberg hat einen scheinbar ganz anderen Ausdruck gefunden, der Linienserien darstellt durch: $\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{(m+\mu)^2}$, wo m die Reihe der Zahlen durchläuft und μ durch passende Wahl des Anfangswertes von m zwischen 0 und 1 gelegt wird. Die Größe B soll hierbei für alle Elemente dieselbe sein, also auch identisch mit der entsprechenden Größe in der Balmerschen Formel. Die Rydbergsche Formel besitzt übrigens große Verwandtschaft mit der Rungeschen, da ihre Reihenentwicklung gibt:

$$\frac{1}{\lambda} = A + B m^{-2} - 2\mu B m^{-3} = A + B m^{-2} + C m^{-3},$$

und sich also nur durch die 3. Potenz statt der 4. im dritten Gliede unterscheidet. In Wirklichkeit ist B aber ebensowenig konstant wie in der Rungeschen Formel, und nur durch ihre Neubestimmung für jede Serie kann eine ebenso gute Übereinstimmung mit der Lage der Linien erreicht werden, wie bei letzterer.

Die Darstellung der Serienlinien durch die Serienformel von Runge ist nun keineswegs eine vollkommene; es bleiben sehr häufig Differenzen zwischen den beobachteten und den berechneten Wellenlängen bestehen, die das Maß der Genauigkeit beträchtlich übersteigen. Die Formel ist also zweifellos nicht der richtige physikalische Ausdruck für das zugrunde liegende Gesetz; aber sie kommt ihm recht nahe

und leistet außerordentlich viel mehr als eine beliebige Interpolationsformel mit drei Konstanten.

Es lassen sich durchaus nicht allgemein alle Linien eines Spektrums in Serien vereinigen; für viele Elemente sind überhaupt bisher Serien nicht aufgefunden worden. Bei manchen Elementen, besonders bei den Alkalien, lassen sich mehrere Serien aufstellen, deren Linien sich im Aussehen voneinander unterscheiden. Als Hauptserie wird gewöhnlich diejenige bezeichnet, deren Linien die stärksten und am meisten charakteristischen sind, dabei sind sie stets leicht umkehrbar. Die Linien der Nebenserien sind schwächer und unscharf und können gar nicht oder nur schwer umgekehrt werden.

Als Beispiel für die Darstellung der Wellenlängen durch die Serienfolgen wollen wir nach Kayser und Runge das Spektrum des Lithiums[1]) wählen, welches drei Serien enthält, die durch folgende Formeln, aus je drei Linien berechnet, gegeben sind:

Hauptserie $10^8 \lambda^{-1} = 43584{,}73 - 133669\, n^{-2} - 1100084\, n^{-4}$
1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 28586{,}74 - 109825\, n^{-2} - 1847\, n^{-4}$
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-2} = 28666{,}69 - 122391\, n^{-2} - 231700\, n^{-4}$

Hiermit werden die Linien des Lithiums in der umstehenden Tabelle dargestellt, in welcher die erste Kolumne die gemessenen Wellenlängen enthält; die weiteren drei Kolumnen geben die Wellenlängen der berechneten Linien, wobei die drei Linien, die für jede Serie zur Berechnung der drei Konstanten gedient haben, mit * versehen sind. Die betreffenden n sind vor die Wellenlängen gesetzt.

Wie aus den oben gegebenen Formeln hervorgeht, ist die Konstante A bei den beiden Nebenserien nahe die gleiche, d. h. die Serienenden im Ultraviolett für $n = \infty$ fallen sehr nahe zusammen. Das findet in den meisten Fällen statt, und es ist nicht unmöglich, daß hier eine Gesetzmäßigkeit vorliegt in der Weise, daß die Enden der Nebenserien stets exakt zusammenfallen.

---

[1]) H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie. II. Band. Leipzig 1902. Auch die weiter folgenden speziellen Angaben über Serien in diesem Kapitel sind diesem Handbuche hauptsächlich entnommen.

λ	Hauptserie		1. Nebenserie		2. Nebenserie	
	n	λ	n	λ	n	λ
6708,2						
6103,77			3	6103,77*		
4972,11					4	4972,11*
4602,37			4	4602,37*		
4273,44					5	4273,44*
4132,44			5	4132,44*		
3985,94					6	3985,94*
9915,2			6	3915,40		
3838,3					7	3835,47
3794,9			7	3795,25		
3718,9			8	3721,15		
3670,6			9	3672,01		
3232,77	4	3232,77*				
2741,39	5	2741,39*				
2562,60	6	2562,60*				
2475,13	7	2475,33				
2425,55	8	2425,56				
2394,54	9	2394,25				
2373,9	10	2373,15				
2359,4	11	2364,22				

In vielen Fällen liegen die Linien zweier Serien außerordentlich nahe zusammen, so daß man der Einfachheit halber von einer Serie von Linienpaaren sprechen kann, wozu z. B. beim Natrium die beiden D-Linien gehören; in solchen Fällen scheinen sich die Schwingungsdifferenzen zwischen den Komponenten der Paare in der Hauptserie zu verhalten wie die 4. Potenzen der betreffenden n; in den Nebenserien scheinen dagegen die Schwingungsdifferenzen konstant zu sein, und zwar gleich der Schwingungsdifferenz des ersten Paares der Hauptserie.

Bei einigen Elementen, z. B. dem Magnesium, sind je drei Serien so nahe zusammenfallend, daß man sie in eine Serie von Triplets zusammenfassen kann, in deren Schwingungsdifferenzen ähnliche Beziehungen vorhanden sind wie bei den Duplets.

Ob in denjenigen Elementenspektren, in denen bisher Serien nicht gefunden worden sind, solche überhaupt nicht existieren, oder ob die Leuchterregung bei diesen Elementen

nicht die zur Erzeugung von Linienserien richtige gewesen ist, läßt sich zurzeit noch nicht entscheiden. Kayser a. a. O. macht darauf aufmerksam, daß die Serien immer mehr nach den kleinen Wellenlängen rücken, wenn man von einer Mendelejeffschen Gruppe zur folgenden geht. Es können also bei derartigen Elementen die Serien so weit im Ultraviolett liegen, daß sie vorläufig nicht zugänglich sind. Aber auch in manchen bisher serienlosen Spektren sind von Kayser und Runge u. a. ähnliche Beziehungen zwischen den Linien gefunden worden, wie sie bei den Duplets und Triplets der Serien existieren, nämlich konstante Schwingungsdifferenzen, die aber allgemein beträchtlich größer sind als bei den Duplets oder Triplets.

Als Beispiel möge hier das Spektrum des Zinns dienen. Addiert man zu den Schwingungszahlen gewisser Linien des Zinns den Wert 5187,03, so erhält man die Schwingungszahlen einer zweiten Gruppe von Linien; addiert man zu derselben ersten Gruppe die Zahl 6923,26, so erhält man die Linien einer dritten Gruppe. Mit welcher Genauigkeit hierbei die Wellenlängen dargestellt werden, zeigt die folgende Tabelle, in welcher unter Δ die Differenzen zwischen den berechneten und den beobachteten Wellenlängen gegeben sind.

Gruppe 1	Gruppe 2	Δ	Gruppe 3	Δ
3801,16	3175,13	−0,01	3009,24	0,00
3330,71	2840,05	+0,01	2706,59	+0,02
2850,72	2483,49	+0,01	2380,83	−0,01
2813,66	2455,32	−0,02	2354,93	+0,01
2785,14	2433,57	−0,04	2334,93	−0,04
2779,92	2429,59	−0,01		
2594,49	2286,75	+0,04	2199,42	+0,04
2571,67	2269,00	+0,03		
2524,05	2231,85	+0,05	2148,59	+0,11
2495,80	2209,73	+0,05		
2408,27	2140,84	+0,26	2064,12	−0,32
2358,05	2101,06	−0,16		
2317,32	2068,67	+0,03		

Es ist von vielen Forschern eine große Zahl von mehr oder weniger unsicheren Beziehungen zwischen den Spektrallinien der Serien und auch der Serien verschiedener Elemente

angenommen worden; im allgemeinen dürften nur die wenigsten von ihnen reelle Bedeutung besitzen und sollen deshalb hier nicht weiter berücksichtigt werden. Von ganz besonderer Bedeutung dagegen dürften diejenigen Untersuchungen werden, die den Zusammenhang zwischen den Linienserien und dem Zeemanschen Phänomen (S. 89) behandeln; auf diese kann aber nur sehr kurz eingegangen werden.

Unter den einfachsten Annahmen führt die Lorentzsche Theorie (ebenso diejenige von Voigt) zu dem Ergebnis, daß die Spektrallinien im magnetischen Feld in Triplets zerfallen müssen, von denen in der Richtung der Kraftlinien die mittlere Komponente nicht sichtbar ist, da deren Schwingungen den Kraftlinien parallel sind und keine Transversalschwingungen verursachen können, die sich in der Richtung der Kraftlinien fortpflanzen. Das Licht der beiden seitlichen Komponenten ist in der Richtung der Kraftlinien gesehen zirkular polarisiert, und aus dem Drehungssinn ergibt sich, daß das die Lichtschwingungen erzeugende Teilchen negativ geladen sein muß.

Diese normale Zerlegung findet aber in Wirklichkeit keineswegs bei allen Spektrallinien statt. Die Linien der Bänderspektra scheinen überhaupt nicht zerlegt zu werden, was eine Bestätigung dafür liefert, daß die Bänderspektra von Lichtschwingungen herrühren, die von anderen Teilchen ausgehen als diejenigen der Linienspektra, und zwar von solchen mit größerer Masse im Verhältnis zur Ladung, so daß die magnetische Einwirkung eine sehr viel geringere und vorläufig nicht wahrnehmbare sein muß.

Es ist nun bemerkenswert, daß die normale Zerlegung auch bei sämtlichen Serienlinien nicht vorhanden ist, sondern daß diese Linien in mehr als drei Komponenten zerfallen, und zwar in sehr verschiedener Weise, aber für die sämtlichen Linien einer Serie gleichartig. Auch in den Spektren verschiedener Elemente zeigen diejenigen Serien die gleiche Zerlegung, die einander entsprechen. Lorentz hat nun seine Theorie erweitert, so daß sie auch diese komplizierteren Zerlegungen der Serienlinien zu erklären vermag. Er nimmt an,

daß die elektrisch geladenen Teilchen nicht frei um ihre Gleichgewichtslage beweglich seien, sondern sich gegenseitig beeinflussen. Eine abgekürzte Darstellung dieser erweiterten Theorie würde aber gänzlich unverständlich bleiben, und es muß daher auf die Originalabhandlung[1]) oder auf die Rungesche Darstellung derselben in Kaysers Handbuch der Spektroskopie, Band II, verwiesen werden. Dasselbe gilt auch für die Theorie von Voigt[2]), welcher von den Gleichungen ausgeht, die in der elektromagnetischen Lichttheorie aufgestellt sind, um die Dispersion und die magnetische Drehung der Polarisationsebene zu erklären, und der durch ähnliche Erweiterungen wie Lorentz ebenfalls die komplizierten Zerlegungen abzuleiten vermag.

Die im vorstehenden allgemein skizzierten Beziehungen zwischen den Spektren der Elemente und den übrigen Eigenschaften derselben sind von größter theoretischer Wichtigkeit. Das zunächst liegende Ziel würde sein, eine für alle Linienspektra gültige geschlossene Formel zu finden, welche eine Naturkonstante enthält und deren übrige Konstanten für jedes Element experimentell ermittelt werden müßten. Eine derartige Formel, die etwa der Kirchhoffschen Funktion zu vergleichen wäre, würde wie diese eine neue Etappe in der Strahlungslehre darstellen und die wichtigsten Aufschlüsse über den atomistischen Aufbau der Materie liefern. Es wären dann weiterhin die Verschiedenheiten der spektralen Eigenschaften der Elemente als eine Funktion des Atomgewichts darzustellen.

Von diesem Ziele sind wir noch mindestens so weit entfernt, wie Kirchhoff von der wahren Form der Strahlungsgleichung war, als er seinen grundlegenden Satz aufstellte. Ein Näherkommen an dieses Ziel ist aber wahrscheinlich auf rein theoretischer Grundlage nicht möglich; vielmehr kommt hierbei die statistische Zusammenfassung der Einzelresultate in den Vordergrund, und von diesem Gesichtspunkt aus dürfte eine kurze Zusammenstellung derselben auch in einem

[1]) Astrophys. Journal 9.
[2]) Wiedem. Ann. 67 u. 68.

theoretischen Betrachtungen gewidmeten Buche am Platze sein. Diese Zusammenstellung ist ein kurzer Auszug aus dem sehr ausführlichen, welche Kayser in dem oben zitierten Handbuch der Spektroskopie gegeben hat. Es sind zugefügt die Anzahl der im Funkenspektrum beobachteten Linien der Elemente nach den Untersuchungen von Exner und Haschek, sowie Angaben über Atomgewicht, Schmelz- und Verdampfungstemperatur, spezifisches Gewicht, Aggregatzustand bei der Laboratoriumstemperatur 15° bis 20° C. Die spezifischen Gewichte von festen und flüssigen Elementen beziehen sich auf Wasser, diejenigen der gasförmigen Körper auf atmosphärische Luft bei 760 mm Druck und 0° C. Die Elemente sind nach den Mendelejeffschen Gruppen geordnet, wobei, wie oben angegeben, Wasserstoff eine Sonderstellung einnimmt[1]).

1. Wasserstoff (H). Atomgewicht 1; gasförmig; spezifisches Gewicht 0,07; Siedepunkt — 241°; Schmelzpunkt — 257°. Das Funkenspektrum enthält 29 (31) Linien. Die im Spektrum des Funkens (Geißlerrohr) hauptsächlich sichtbaren Linien bilden die erste als solche erkannte Serie. Die Balmersche Formel (siehe oben) $\lambda = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{m^2}{m^2 - 4}$, worin der Kopf der Serie $\alpha = 27\,418{,}75$ berechnet ist, liefert völlige Darstellung der Beobachtungen innerhalb der Fehlergrenzen. Diese Serie ist aber nicht die Hauptserie, sondern die 1. Nebenserie; die 2. Nebenserie ist zuerst von Pickering im Spektrum des Sterns ζ Puppis gefunden worden. Beide Serien laufen genau nach dem gleichen Punkt aus, und die Linien der einen befinden sich genau in der Mitte zwischen zwei Linien der anderen Serie. Nach Rydberg muß die Hauptserie des Wasserstoffs weit im Ultraviolett liegen, mit Ausnahme der 1. Linie, welche bei λ 4688 liegen müßte. In der Tat befindet sich an dieser Stelle eine starke Linie in den Spektren der Sterne mit hellen Linien, ebenso in Nebelspektren.

[1]) Die Zusammenstellung ist eine durch die Zahlenwerte der Serienkonstanten erweiterte Wiedergabe aus Scheiner, Pop. Astrophysik. Leipzig 1908.

Der Wasserstoff besitzt noch ein sogenanntes „zweites Spektrum"; dasselbe tritt bei Glimmentladungen in Wasserstoffröhren auf, also vornehmlich bei weiten Röhren und ohne Einschaltung einer Leidener Flasche. Wilsing hat von λ 3670 bis λ 5940 etwa 140 Linien gemessen, Frost von λ 4360 bis λ 4720 etwa 90 Linien. Untersuchungen über etwaige Serien dieses zweiten Spektrums scheinen bisher nicht angestellt worden zu sein. Die beiden Spektra sind übrigens niemals scharf getrennt zu erhalten; die Linien des einen Spektrums sind stets schwach vorhanden, wenn die des anderen dominieren.

Gruppe 1. Die Edelgase. Helium, Neon, Argon, Krypton, Xenon.

2. Helium (He). Atomgewicht 4; gasförmig; spezifisches Gewicht 0,14; Siedepunkt ? Vom Helium sind 90 Linien bekannt, von denen zwei im äußersten Ultrarot liegen bei λ 20 400 und λ 11 170; sie sind durch ihre Wärmestrahlung entdeckt worden. Die Linien des Heliums lassen sich in zwei Hauptserien mit je zwei Nebenserien zerlegen, deren Darstellung mit der 3. Potenz im 3. Gliede besser ist als mit der 4.:

1. Hauptserie $10^8 \lambda^{-1} = 38455{,}324 - 109891{,}9\, n^{-2} - 14507\, n^{-3}$
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 29224{,}35 - 109836{,}3\, n^{-2} - 167\, n^{-3}$
1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 29197{,}97 - 106152{,}4\, n^{-2} - 86560\, n^{-3}$
2. Hauptserie $10^8 \lambda^{-1} = 32029{,}86 - 109537\, n^{-2} + 1963{,}6\, n^{-3}$
1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 27175{,}16 - 109758{,}6\, n^{-2} - 272{,}6\, n^{-3}$
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 27168{,}595 - 108825{,}6\, n^{-2} - 35960\, n^{-3}$

Die Linien der Nebenserien bilden also sehr enge Doppellinien, zu ihnen gehört die bekannteste aller Heliumlinien, die D_3-Linie.

3. Neon (Ne). Atomgewicht 20; gasförmig; spezifisches Gewicht 0,67; Siedepunkt? Nach Ramsay enthält das Spektrum 11 Linien; Serienbeziehungen sind nicht bekannt.

4. Argon (Ar). Atomgewicht 40; gasförmig; spezifisches Gewicht 1,38; Siedepunkt —187°. Besitzt drei verschiedene Spektra; das „rote Spektrum" entsteht in Geißlerschen Röhren bei mäßig niedrigem Gasdruck (2 bis 5 mm) und Verwendung

von Induktionsströmen ohne Einschaltung von Leidener Flaschen; das „blaue Spektrum" entsteht bei geringerem Druck und Einschaltung von Flaschen. Das „weiße Spektrum" bildet sich bei Verwendung sehr starker und stark gespannter Ströme und bei hohem Druck. Letzteres ist als eine Mischung aus den „roten" und „blauen" zu betrachten. Die Zahl der Linien ist aber geringer; auch erscheinen sie verbreitert und nach Rot verschoben.

Eder und Valenta haben im roten Spektrum von λ 6050 bis λ 2480 über 200 Linien gemessen, von denen der größte Teil im Rot und Gelb liegt; jenseit λ 3320 kommen nur noch vereinzelte Linien vor. Das blaue Spektrum enthält bis λ 2050 700 Linien. Das weiße enthält nur 180 Linien; jenseit λ 3290 sind überhaupt keine Linien zu erkennen.

Im roten Argonspektrum sind Serien nicht gefunden worden, wohl aber zusammengehörige Gruppen. 23 Gruppen von je 4 Linien sind gefunden, deren Schwingungszahlen dargestellt werden durch A, A + 846,47, A + 1649,68, A + 2256,71.

5. Krypton (Kr). Atomgewicht 82; gasförmig; spezifisches Gewicht 2,82; Siedepunkt —152°. Das Spektrum enthält nach Ramsay 14 Linien.

6. Xenon (X). Atomgewicht 128; gasförmig; spezifisches Gewicht 4,42; Siedepunkt —109°. Spektrum nur wenig untersucht.

Gruppe 2a. Die Alkalimetalle. Lithium, Natrium, Kalium, Rubidium, Caesium. Die Spektra zeichnen sich durch charakteristische Linien und durch die leichte Einordnung in Serien aus.

7. Lithium (Li). Atomgewicht 7; fest; spezifisches Gewicht 0,59; Schmelzpunkt 180°; Siedepunkt ? Das Bogenspektrum enthält von λ 8130 bis λ 2360 20 Linien, die sich in eine Hauptserie und zwei Nebenserien einordnen. Die Linien der Hauptserie sind sehr kräftig und verwaschen; die hellsten aller Linien liegen im Rot und Orange und geben dem glühenden Dampf die schöne rote Farbe. Die Serien sind:

Hauptserie $10^8 \lambda^{-1} = 43584{,}73 - 133669\ n^{-2} - 1100084\ n^{-4}$
1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 28586{,}74 - 109825{,}5\, n^{-2} - 1847\ n^{-4}$
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 28666{,}69 - 122391\ n^{-2} - 231700\ n^{-4}$

(siehe auch Seite 109).

8. Natrium (Na). Atomgewicht 23; fest; spezifisches Gewicht 0,97; Schmelzpunkt 96°; Siedepunkt 900°. Im Bogenspektrum sind von λ 8190 bis λ 2510 35 Linien vorhanden, die sich in zweimal je 3 Serien gruppieren. Die Linien je zweier Serien fallen aber so nahe zusammen, daß man auch 3 Serien von Linienpaaren annehmen kann, in denen die meisten nicht mehr zu trennen sind. Das erste Linienpaar der Hauptserie bilden die beiden bekannten D-Linien im Gelb, deren Intensität so groß ist, daß sie dem glühenden Natriumdampf die gelbe Färbung geben.

Hauptserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 41542{,}51 - 130233\,n^{-2} - 800791\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 41550{,}33 - 130710\,n^{-2} - 793751\,n^{-4} \end{cases}$$

1. Nebenserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 24492{,}32 - 110585\,n^{-2} - 176{,}6\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 24510{,}21 - 110606\,n^{-2} - 177{,}6\,n^{-4} \end{cases}$$

2. Nebenserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 24549{,}12 - 120726\,n^{-2} - 197891\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 24565{,}83 - 120715\,n^{-2} - 197935\,n^{-4} \end{cases}$$

Hier sind sehr wahrscheinlich in den zusammengehörigen Serien die Konstanten der 2. und 3. Glieder identisch.

9. Kalium (K). Atomgewicht 39; fest; spezifisches Gewicht 0,88; Schmelzpunkt 63°; Siedepunkt 720°. Im Funkenspektrum sind 27 Linien, im Bogenspektrum von λ 7700 bis λ 2940 40 Linien gemessen. Es sind eine Hauptserie mit zwei Nebenserien von Doppellinien vorhanden. Die intensiven Linien der Hauptserie, im äußersten Rot und im Blau und Violett erteilen dem glühenden Dampf die charakteristische rot-violette Färbung.

Hauptserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 35086{,}55 - 126983\,n^{-2} - 625318\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 35085{,}90 - 126903\,n^{-2} - 621633\,n^{-4} \end{cases}$$

1. Nebenserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 21991{,}24 - 114450\,n^{-2} - 111146\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 22050{,}32 - 114478\,n^{-2} - 111337\,n^{-4} \end{cases}$$

2. Nebenserien
$$\begin{cases} 10^8\,\lambda^{-1} = 22021{,}83 - 119393\,n^{-2} - 62506\,n^{-4} \\ 10^8\,\lambda^{-1} = 22077{,}11 - 119264\,n^{-2} - 63981\,n^{-4} \end{cases}$$

Die Linien der Nebenserien sind sehr verwaschen.

10. Rubidium (Rb). Atomgewicht 85; fest; spezifisches Gewicht 1,52; Schmelzpunkt 38°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 53 Linien, im Bogenspektrum von λ 7950 bis

λ 3350 25 Linien. Eine Hauptserie und zwei Nebenserien von Linienpaaren. Das erste im Rot gelegene Paar der Hauptserie liefert mit einigen im Rot und Gelb befindlichen Linien der Nebenserien die prachtvoll rote Farbe des glühenden Rb-Dampfes.

$$\text{Hauptserien} \begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 33762{,}11 - 125521\, n^{-2} - 562255\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 33765{,}38 - 125431\, n^{-2} - 544679\, n^{-4} \end{cases}$$

$$\text{1. Nebenserien} \begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 20939{,}39 - 121193\, n^{-2} - 134616\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 21179{,}38 - 121422\, n^{-2} - 131799\, n^{-4} \end{cases}$$

$$\text{2. Nebenserien} \begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 20898{,}8 - 113556\, n^{-2} - 76590\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 21122{,}4 - 113006\, n^{-2} - 81330\, n^{-4} \end{cases}$$

11. Caesium (Cs). Atomgewicht 133; fest; spezifisches Gewicht 2,4; Schmelzpunkt 26°; Siedepunkt 270°. Das Funkenspektrum enthält 62 Linien, das Bogenspektrum von λ 9210 bis λ 3610 20 Linien. Bekannt sind eine Hauptserie und eine Nebenserie von Linienpaaren. Da die zweiten Serien der Alkalimetalle mit zunehmendem Atomgewicht immer schwächer werden, und diejenigen des Rb bereits kaum noch wahrnehmbar sind, so ist das Fehlen der zweiten Nebenserie im Cs-Spektrum nicht auffallend.

$$\text{Hauptserien} \begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 31509{,}31 - 125395\, n^{-2} - 486773\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 31473{,}44 - 123502\, n^{-2} - 461517\, n^{-4} \end{cases}$$

$$\text{1. Nebenserien} \begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 19743{,}25 - 122869\, n^{-2} - 305824\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 20295{,}22 - 122891\, n^{-2} - 316625\, n^{-4} \end{cases}$$

Gruppe 2b. Kupfer, Silber, Gold.

Bei diesen linienreichen Spektren sind die Kenntnisse über Seriendarstellung recht gering.

12. Kupfer (Cu). Atomgewicht 64; fest; spezifisches Gewicht 8,94; Schmelzpunkt 1045°; Siedepunkt 2100°. Im Funkenspektrum sind von λ 4700 bis λ 2100 259 Linien beobachtet; im Bogenspektrum von λ 5780 bis λ 1940 290 Linien.

Ein sehr kräftiges Linienpaar gehört wahrscheinlich zu einer Hauptserie, deren übrige im nicht zugänglichen Ultraviolett liegen. Eine erste Nebenserie ist darstellbar durch

$$10^8 \lambda^{-1} = 31591{,}6 - 131150\, n^{-2} - 1085060\, n^{-4}$$
$$10^8 \lambda^{-1} = 31840{,}1 - 131150\, n^{-2} - 1085060\, n^{-4},$$

wobei aber die 2. und die 3. Konstante als gleich angenommen sind. Von einer zweiten Nebenserie sind wahrscheinlich zwei Paare bekannt, die sich unter derselben Einschränkung darstellen lassen durch:

$$10^8 \lambda^{-1} = 31591{,}6 - 124809\, n^{-2} - 440582\, n^{-4}$$
$$10^8 \lambda^{-1} = 31840{,}1 - 124809\, n^{-2} - 440582\, n^{-4}\,.$$

Von den Linien der ersten Nebenserie haben zwei die Eigenschaft, daß die erste Linie doppelt ist und die schwächere Komponente von größerer Wellenlänge die richtige Schwingungsdifferenz mit der einfachen zweiten Linie des Paars ergibt.

13. Silber (Ag). Atomgewicht 188; fest; spezifisches Gewicht 10,5; Schmelzpunkt 954°; Siedepunkt ? Im Funkenspektrum sind 372 Linien gemessen worden; das Bogenspektrum enthält von λ 5670 bis λ 2250 60 Linien.

Von einer Hauptserie ist vielleicht ein Linienpaar vorhanden, deren übrige wohl im Ultraviolett liegen würden. Für zwei Nebenserien sind folgende Formeln gefunden (mit identisch vorausgesetzten 2. und 3. Konstanten).

1. Nebenserie $\begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 30712{,}4 - 130621\, n^{-2} - 1093823\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 31633{,}2 - 130621\, n^{-2} - 1093823\, n^{-4} \end{cases}$

2. Nebenserie $\begin{cases} 10^8 \lambda^{-1} = 30696{,}2 - 123788\, n^{-2} - 394303\, n^{-4} \\ 10^8 \lambda^{-1} = 31617{,}0 - 123788\, n^{-2} - 394303\, n^{-4} \end{cases}$

14. Gold (Au). Atomgewicht 197; fest; spezifisches Gewicht 19,27; Schmelzpunkt 1064°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 352 Linien, dasjenige des Bogens 52. Serien sind nicht gefunden, doch bilden zwei sehr starke Linien im Ultraviolett vielleicht wie bei Cu und Ag das erste Paar der Hauptserie.

Gruppe 3a. Die alkalischen Erden. Beryllium, Magnesium, Kalzium, Strontium, Barium, Radium.

15. Beryllium (Be). Atomgewicht 9; fest; spezifisches Gewicht 1,64; Schmelzpunkt 900°; Siedepunkt? Das Spektrum enthält nur wenige Linien (im Funken 9), über deren etwaige Gesetzmäßigkeiten nichts bekannt ist.

16. Magnesium (Mg). Atomgewicht 24; fest; spezifisches Gewicht 1,74; Schmelzpunkt 633°; Siedepunkt 1100°.

Das Funkenspektrum enthält 46 Linien, das Bogenspektrum 58. Eine Hauptserie ist nicht gefunden, wohl aber zwei Nebenserien, von denen jede aus dreifachen Linien zusammengesetzt ist. Alle diese Triplets besitzen die gleiche Schwingungsdifferenz zwischen der ersten und zweiten und der zweiten und dritten Komponente; beide Serien enden an der gleichen Stelle des Spektrums. Das erste Triplet der zweiten Nebenserie ist die bekannte starke Liniengruppe b im Sonnenspektrum.

Bezeichnet man die Schwingungsdifferenzen zwischen der ersten und zweiten Komponente mit ν_1, zwischen der zweiten und dritten mit ν_2, so genügt die Serienangabe für die erste Komponente und die Angabe von ν_1 und ν_2 zur Darstellung der Linien.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 39796{,}10 - 130398\, n^{-2} - 1432090\, n^{-4}$
$\nu_1 = 40{,}69;\ \nu_2 = 20{,}21$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 39836{,}74 - 125471\, n^{-2} - 518781\, n^{-4}$
$\nu_1 = 41{,}21;\ \nu_2 = 19{,}96$.

17. Kalzium (Ca). Atomgewicht 40; fest; spezifisches Gewicht 1,58; Schmelzpunkt 760°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 47 Linien. Es sind zwei Nebenserien von Triplets bekannt. In der ersten Nebenserie besteht die erste Komponente aus drei sehr nahestehenden Linien, die zweite aus zwei, während die dritte einfach ist. Die Formeln für die beiden Nebenserien sind, wenn man von der dreifachen Linie die mittlere Komponente und von der zweifachen die weniger brechbare nimmt:

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 33919{,}51 - 123547\, n^{-2} - 961696\, n^{-4}$
$\nu_1 = 102{,}61;\ \nu_2 = 51{,}70$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 34041{,}17 - 120398\, n^{-2} - 346097\, n^{-4}$
$\nu_1 = 105{,}78;\ \nu_2 = 52{,}14$.

Das Kalziumspektrum besitzt noch mehrere auffallende Triplets mit konstanten Schwingungsdifferenzen, die auch wieder untereinander in Verbindung stehen und zu besonderen Serien gehören werden. Die auffallendsten, im Ultraviolett gelegenen Linien des Kalziums, die auch die stärksten Linien

des Sonnenspektrums, H und K, sind, gehören zu diesen Paaren. Diese Linien sind ein außerordentlich scharfes Reagens auf Kalziumdampf und erscheinen bei den allergeringsten Spuren desselben; bei detaillierten Untersuchungen auf der Sonnenoberfläche spielen sie die wichtigste Rolle. Im optischen Spektrum sind die im Rot gelegenen Linien am stärksten und bedingen die rote Färbung des Kalziumdampfes.

18. Strontium (Sr). Atomgewicht 88; fest; spezifisches Gewicht 2,54; Schmelzpunkt 320°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 40 Linien; im Bogenspektrum sind 80 Linien bekannt. Das Spektrum enthält zahlreiche Triplets, von denen sich zwölf in zwei Nebenserien anordnen lassen. Die Triplets der ersten Nebenserie sind wieder kompliziert gebaut, ähnlich wie beim Kalzium. Die stärksten Linien sind im Rot, von ihnen rührt die intensiv rote Färbung des glühenden Dampfes her. Die Nebenserien (ohne Berücksichtigung des komplizierten Baues der einzelnen Linien der ersten Serie) sind:

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 31030{,}64 - 122328\, n^{-2} - 837473\, n^{-4}$
$\nu_1 = 394{,}03; \quad \nu_2 = 185{,}91$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 31066{,}16 - 118044\, n^{-2} - 296136\, n^{-4}$
$\nu_1 = 394{,}25; \quad \nu_2 = 186{,}89$.

Bei den übrigen Triplets finden sich ganz ähnliche Beziehungen wie bei denen des Kalziums.

19. Barium (Ba). Atomgewicht 137; fest; spezifisches Gewicht 3,75; Schmelzpunkt 850°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 100 Linien bekannt, im Bogenspektrum 145. Es sind verschiedene Triplets vorhanden, und besonders nach deren Verhalten im magnetischen Feld scheinen Beziehungen zu existieren, die denjenigen bei Mg, Ca und Sr entsprechen. Der leuchtende Bariumdampf ist wegen der starken Linien im Grün intensiv grün.

20. Radium (Ra). Atomgewicht 225. Sonstige Eigenschaften des noch nicht rein dargestellten Elements sind nicht bekannt, bis auf seine Strahlungen und Emanationen. Das Funkenspektrum enthält von λ 5810 bis λ 2710 40 Linien, aus denen sich eine Haupt- und zwei Nebenserien ableiten lassen.

Es ist schon darauf hingewiesen, daß bei den Elementen dieser Gruppe die Schwingungsdifferenzen zwischen den einzelnen Komponenten der Linienpaare konstant sind, aber für jedes Element mit zunehmendem Atomgewicht wachsen, so daß der allgemeine Satz aufgestellt werden kann: „In jeder Gruppe chemisch verwandter Elemente ist eine Potenz des Atomgewichts den Abständen der Komponenten der Linienpaare proportional.“ Siehe folgende Tabelle.

Element	Atomgewicht	Schwingungsdifferenz
Mg	24	92
Ca	40	223
Sr	88	801
Ba	137	1691

Runge und Precht haben hiernach den Versuch gemacht, aus der Schwingungsdifferenz für Radium das Atomgewicht zu extrapolieren. Es ergab sich hierbei 258 anstatt des auf chemischem Wege gefundenen 225. Es scheint aber doch, daß letzteres vorzuziehen ist, und daß eine so starke Extrapolation nicht gestattet ist.

Gruppe 3b. Zink, Kadmium, Quecksilber.

Die Spektra dieser Gruppe sind entsprechend gebaut wie diejenigen von 3a.

21. Zink (Zn). Atomgewicht 65; fest; spezifisches Gewicht 7,1; Schmelzpunkt 419°; Siedepunkt 918°. Im Funkenspektrum sind 108 Linien, im Bogenspektrum 73 Linien beobachtet, von denen sich viele in zwei Nebenserien von Triplets einordnen.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 42945{,}32 - 131641\, n^{-2} - 1236125\, n^{-4}$

$$\nu_1 = 386{,}39; \quad \nu_2 = 189{,}77,$$

2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 42954{,}59 - 126919\, n^{-2} - 632850\, n^{-4}$

$$\nu_1 = 389{,}06; \quad \nu_2 = 189{,}67.$$

22. Kadmium (Cd). Atomgewicht 112; fest; spezifisches Gewicht 864; Schmelzpunkt 315°; Siedepunkt 770°. Das Funkenspektrum enthält 113 Linien; das Bogenspektrum 70.

Zwei Nebenserien sind bekannt, von denen die erste, wie auch bei Cd, wieder den komplizierten Bau zeigt.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 40755{,}21 - 128635\, n^{-2} - 1289619\, n^{-4}$
$\nu_1 = 1159{,}39;\ \nu_2 = 542{,}04$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 40797{,}12 - 126146\, n^{-2} - 555137\, n^{-4}$
$\nu_1 = 1171{,}68;\ \nu_2 = 541{,}78$.

Es sind noch mehrere andere Linienpaare von konstanter Schwingungsdifferenz bekannt.

23. Quecksilber (Hg). Atomgewicht 200; flüssig; spezifisches Gewicht 13,55; Schmelzpunkt $-39°$; Siedepunkt 357°. Das Funkenspektrum enthält 94 Linien, das Bogenspektrum 58. Zwei Nebenserien von Triplets sind bekannt, die aber noch komplizierter gebaut sind als bei den anderen Elementen dieser Gruppe, da sie in 4, 3 und 2 Komponenten zerfallen.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 40159{,}60 - 127484\, n^{-2} - 1252695\, n^{-4}$
$\nu_1 = 4633{,}27;\ \nu_2 = 1767{,}91$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 40217{,}98 - 126361\, n^{-2} - 613268\, n^{-4}$
$\nu_1 = 4633{,}03;\ \nu_2 = 1767{,}43$.

Gruppe 4a. Bor, Aluminium, Scandium, Yttrium, Lanthan, Ytterbium.

24. Bor (Bo). Atomgewicht 11; fest; spezifisches Gewicht 2,5?; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt sehr hoch. Im Funkenspektrum sind drei Linien beobachtet, im Bogenspektrum nur zwei Linien im Ultraviolett, die ein Paar zu bilden scheinen.

25. Aluminium (Al). Atomgewicht 27; fest; spezifisches Gewicht 2,60; Schmelzpunkt 655°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 105 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 46. Es sind zwei Nebenserien von Paaren bekannt, die aber ganz im Ultraviolett liegen; im sichtbaren Teil des Bogenspektrums sind überhaupt keine Linien vorhanden.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 48308{,}2 - 156662\, n^{-2} - 2505331\, n^{-4}$
$\nu = 112{,}0$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 48244{,}4 - 127527\, n^{-2} - 687819\, n^{-4}$
$\nu = 112{,}0$.

26. Scandium (Sc). Atomgewicht 44; spezifisches Gewicht?; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Spektrum des Funkens enthält 131 Linien, das des Bogens 110 Linien. Von Gesetzmäßigkeiten in der Lage der Linien ist bei diesem Element und den folgenden der Gruppe nichts bekannt; bemerkenswert ist aber das regelmäßige Anwachsen der Linienzahl im Funkenspektrum mit der Zunahme des Atomgewichts.

27. Yttrium (Y). Atomgewicht 89; spezifisches Gewicht?; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 194 Linien, das Bogenspektrum 555 Linien.

28. Lanthan (La). Atomgewicht 138; spezifisches Gewicht?; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 215 Linien, das Bogenspektrum 120 Linien.

29. Ytterbium (Yb). Atomgewicht 173; fest; spezifisches Gewicht 3,80; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 897 Linien, das Bogenspektrum 521 Linien.

Gruppe 4b. Gallium, Indium, Thallium.

30. Gallium (Ga). Atomgewicht 70; fest; spezifisches Gewicht 5,95; Schmelzpunkt 30°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum hat 14 Linien, das Bogenspektrum 2 Linien.

31. Indium (In). Atomgewicht 114; fest; spezifisches Gewicht 7,42; Schmelzpunkt 155°; Siedepunkt bei Rotglut. Im Funkenspektrum sind 30 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 38 Linien, die aber erst im Blau beginnen. Es sind zwei Nebenserien von Dubletten gefunden. Die äußerst kräftigen Linien des ersten Paars der ersten Nebenserie geben dem glühenden Indiumdampf die prachtvoll blaue Färbung.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 44515{,}4 - 139308\, n^{-2} - 1311032\, n^{-4}$
$\nu = 2213{,}2$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 44535{,}0 - 126766\, n^{-2} - 643584\, n^{-2}$
$\nu = 2213{,}2$.

32. Thallium (Tl). Atomgewicht 204; fest; spezifisches Gewicht 11,85; Schmelzpunkt 301°; Siedepunkt 1600° bis 1800°. Das Funkenspektrum enthält 16, das Bogenspektrum 49 Linien. Zwei Nebenserien von Paaren sind bekannt.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 41542{,}7 - 132293\, n^{-2} - 126522\, n^{-4}$
$\nu = 7794{,}9$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 41506{,}4 - 122617\, n^{-2} - 790693\, n^{-4}$
$\nu = 7794{,}9$.

Gruppe 5a. Titan, Zirkonium, Cerium, Thorium.

Die Spektra dieser Gruppe sind sehr linienreich, und es ist außerordentlich schwierig und zeitraubend, Gesetzmäßigkeiten aufzufinden. Abgesehen von vielfach charakteristischen Gruppen sind daher Gesetzmäßigkeiten nicht bekannt.

33. Titan (Ti). Atomgewicht 48; fest; spezifisches Gewicht 3,54; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1337 Linien, das Bogenspektrum von λ 5900 bis λ 3480 730 Linien.

34. Zirkonium (Zr). Atomgewicht 91; fest; spezifisches Gewicht 4,15; Schmelzpunkt höher als 1300; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 1424 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 170 Linien.

35. Cerium (Ce). Atomgewicht 140; fest; spezifisches Gewicht 6,68; Schmelzpunkt 623°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 1300 Linien beobachtet.

36. Thorium (Th). Atomgewicht 233; spezifisches Gewicht?; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 2070 Linien.

Gruppe 5b. Kohlenstoff, Silizium, Germanium, Zinn, Blei.

37. Kohlenstoff (C). Atomgewicht 12; tritt in drei allotropen Zuständen auf:

1. Diamant; fest; spezifisches Gewicht 3,5; Schmelzpunkt: bis jetzt nicht schmelzbar; Siedepunkt?
2. Graphit; fest; spezifisches Gewicht 2,2; Schmelzpunkt: bis jetzt nicht schmelzbar; Siedepunkt?
3. Amorpher Kohlenstoff; fest; spezifisches Gewicht 2,3; Schmelzpunkt: nicht schmelzbar; Siedepunkt berechnet zu 3600°.

Im Funkenspektrum sind 13 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 58. Außerdem besitzen gewisse Kohlenverbindungen, wie Kohlenwasserstoffe, Kohlensäure und Cyan charakteristische Bänderspektra, über welche weiter unten berichtet ist.

38. Silizium (Si). Atomgewicht 28; tritt in zwei allotropen Zuständen auf:

1. amorph; spezifisches Gewicht 2,35,
2. kristallisiert; spezifisches Gewicht 2,39; Schmelzpunkt zwischen 1100° und 1300°; Siedepunkt?

Das Funkenspektrum enthält 44 Linien.

39. Germanium (Ge). Atomgewicht 72; fest; spezifisches Gewicht 5,47; Schmelzpunkt 900°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 62 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 27 Linien.

40. Zinn (Sn). Atomgewicht 119; fest; spezifisches Gewicht 7,29; Schmelzpunkt 232°; Siedepunkt 1450° bis 1600°. Das Spektrum des Funkens enthält 87 Linien, das des Bogens 73. Im Zinnspektrum sind Serien nicht aufgefunden worden, wohl aber bestehen andere Gesetzmäßigkeiten zwischen den Linien, deren eigentliche Form aber noch nicht bekannt ist. Es ist nämlich eine ganze Reihe weit auseinanderliegender Linien folgendermaßen miteinander verbunden. Wenn man zu den Schwingungszahlen der einen Reihe die konstante Zahl 5187,03 addiert, so erhält man die zweite Reihe der im Spektrum vorhandenen Linien; addiert man 6923,26 zu den gleichen Linien, so erhält man die Linien einer dritten Reihe. Kayser und Runge haben auf diese Weise aus 13 Linien der ersten Reihe 13 Linien der zweiten und 8 Linien der dritten Reihe mit großer Genauigkeit darstellen können.

41. Blei (Pb). Atomgewicht 207; fest; spezifisches Gewicht 11,25; Schmelzpunkt 330°; Siedepunkt 1450° bis 1600°. Im Funkenspektrum sind 74 Linien bekannt, im Bogenspektrum 54. Im Bleispektrum herrschen die gleichen Beziehungen wie im Zinnspektrum; die beiden Konstanten sind hier 10810,81 und 13642,81. Die Zahl der Linien von Reihe 1 und 2 beträgt 10, von Reihe 3 allerdings nur 4.

Gruppe 6a. Vanadium, Niobium, Praseodymium, Tantal. Gesetzmäßigkeiten sind in den äußerst linienreichen Spektren dieser Gruppe bisher nicht konstatiert.

42. Vanadium (Va). Atomgewicht 51; fest; spezifisches Gewicht 5,5; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt? Das

Funkenspektrum enthält 2265 Linien, das Bogenspektrum von λ 5850 bis λ 3490 900 Linien.

43. Niobium (Nb). Atomgewicht 94; fest; spezifisches Gewicht 7,2; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1606 Linien.

44. Praseodymium (Pr). Atomgewicht 144; fest; spezifisches Gewicht 6,48; Schmelzpunkt 940°; Siedepunkt? Im Spektrum des Funkens sind 1526 Linien bekannt.

45. Tantal (Ta). Atomgewicht 183; fest; spezifisches Gewicht 12,8; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1213 Linien.

Gruppe 6b. Stickstoff, Phosphor, Arsen, Antimon, Holmium, Wismut.

46. Stickstoff (N). Atomgewicht 14; gasförmig; spezifisches Gewicht 0,97; Schmelzpunkt $-211°$; Siedepunkt $-196°$. Der Stickstoff gibt in Geißlerschen Röhren bei Einschaltung einer Leidener Flasche ein Linienspektrum mit 89 Linien, ohne Leidener Flasche ein Bänderspektrum (siehe weiter unten). Gesetzmäßigkeiten im Linienspektrum sind nicht bekannt.

47. Phosphor (P). Atomgewicht 31; tritt in zwei allotropen Modifikationen auf:

1. gelber Phosphor; fest; spezifisches Gewicht 1,83; Schmelzpunkt 44°; Siedepunkt 290°;
2. roter amorpher Phosphor; fest; spezifisches Gewicht 2,11.

Im Spektrum des Phosphors sind Linien bisher nicht beobachtet.

48. Arsen (As). Atomgewicht 75; tritt in drei bis vier allotropen Modifikationen auf.

Kristallisiert; spezifisches Gewicht 5,73; Schmelzpunkt 358°; Siedepunkt 450°. Im Funkenspektrum sind 44 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 35 Linien; im sichtbaren Teil des Bogenspektrums ist keine Linie vorhanden. Das Arsenspektrum verhält sich genau wie das Zinnspektrum. In der ersten und zweiten Reihe haben Kayser und Runge je 8 Linien gefunden, die sich durch die konstante Schwingungszahl 461,36 unterscheiden; die dritte Reihe mit 4 Linien ist von der ersten durch 8057,95 getrennt.

49. Antimon (Sb). Atomgewicht 120; fest; spezifisches Gewicht 6,8; Schmelzpunkt 630°; Siedepunkt 1450°. Das Funkenspektrum enthält 160 Linien, dasjenige des Bogens 70. Beide Spektra sind sehr voneinander verschieden. Im Antimonspektrum sind 6 Linienreihen durch konstante Schwingungszahlen miteinander verbunden, von denen die erste und zweite je 12 Linien enthalten, die dritte 5, die vierte 5 und die beiden letzten je 2 Linien.

Die zur ersten Reihe zu addierenden Schwingungszahlen sind die folgenden: 2069,49, 8612,61, 9954,87, 14260,29, 15023,19.

50. Holmium (Ho). Über die physikalischen Eigenschaften des Elements ist nichts bekannt. Das Funkenspektrum enthält 1905 Linien.

51. Wismut (Bi). Atomgewicht 209; fest; spezifisches Gewicht 9,82; Schmelzpunkt 269°; Siedepunkt 1450°. Im Funkenspektrum sind 198 Linien bekannt, im Bogenspektrum 76 Linien. Auch hier sind beide Spektra sehr verschieden. Die Reihenbeziehungen im Wismutspektrum entsprechen denen von Arsen und Antimon. Es sind 4 Reihen erkannt mit je 8 Linien für die erste und zweite Reihe und 6 bzw. 3 Linien für die dritte und vierte Reihe. Die 4 ersten Linien der ersten Reihe sind enge Doppellinien und die zu addierenden Schwingungszahlen sind: 10244,90, 6225,17, 21667,19.

Gruppe 7a. Chrom, Molybdän, Neodymium, Wolfram, Uran.

52. Chrom (Cr). Atomgewicht 52; fest; spezifisches Gewicht 6,5; Schmelzpunkt 515°; Siedepunkt? Chrom schließt sich bereits eng an die zur gleichen Periode gehörenden Elemente der Eisengruppe. Im Funkenspektrum sind 1572 Linien beobachtet. Hasselberg hat im Bogenspektrum von λ 5800 bis λ 3430 760 Linien gemessen.

53. Molybdän (Mo). Atomgewicht 96; fest; spezifisches Gewicht 86; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt? Das Funkenspektrum hat 2674 Linien, das Bogenspektrum von λ 5890 bis λ 3460 nach Hasselberg 1150 Linien.

54. Neodymium (Nd). Atomgewicht 144; fest; spezifisches Gewicht 6,96; Schmelzpunkt 840°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 2014 Linien.

55. Wolfram (W). Atomgewicht 184; fest; spezifisches Gewicht 16,6; Schmelzpunkt sehr hoch; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 3021 Linien. Im Bogenspektrum hat Hasselberg von λ 5890 bis λ 3480 1080 Linien gemessen.

56. Uran (U). Atomgewicht 240; fest; spezifisches Gewicht 18,69; Schmelzpunkt: Hellrotglut. Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 5270 Linien.

Die Spektra der Metalle dieser Gruppe zeichnen sich durch den größten Linienreichtum aus, der bei Chrom mit 1512 Linien beginnend mit zunehmendem Atomgewicht bis Uran mit 5270 anwächst. Uran besitzt das größte Atomgewicht und die größte Linienzahl aller bekannten Elemente.

Gruppe 7b. Sauerstoff, Schwefel, Selen, Tellur, Erbium.

57. Sauerstoff (O). Atomgewicht 16; gasförmig; spezifisches Gewicht 1,11; Schmelzpunkt?; Siedepunkt $-183°$. Sauerstoff hat zwei verschiedene Linienspektra und drei verschiedene Bänderspektra. Die Modifikation des Sauerstoffs, Ozon, besitzt ebenfalls wieder ein besonderes Spektrum, so daß also 7 verschiedene Spektra bekannt sind.

Im Funkenspektrum sind 104 Linien beobachtet; bei schwächeren Entladungen tritt ein anderes Linienspektrum auf, in welchem zwei Serien von Dubletten und Tripletten bekannt sind, wobei die 3. Potenz im 3. Gliede bessere Darstellung gibt als die 4.

1. Nebenserie von Triplets:
$$10^8 \lambda^{-1} = 23207{,}93 - 110387{,}7\, n^{-2} - 4814\, n^{-3}$$
$$\nu_1 = 3{,}07; \quad \nu_2 = 2{,}08,$$

2. Nebenserie von Triplets:
$$10^8 \lambda^{-1} = 23193{,}85 - 107567{,}1\, n^{-2} - 63108\, n^{-3}$$
$$\nu_1 = 3{,}07; \quad \nu_2 = 2{,}98.$$

1. Nebenserie von Dublets:
$$10^8 \lambda^{-1} = 21203{,}19 - 108793\, n^{-2} - 39825\, n^{-3}$$

2. Nebenserie von Dublets:
$$10^8 \lambda^{-1} = 21210{,}98 - 110329\, n^{-2} - 2485\, n^{-3}.$$

58. Schwefel (S). Atomgewicht 32; verschiedene allotrope Modifikationen, die von der Temperatur abhängen; spezifisches Gewicht 1,9 bis 2,1; Schmelzpunkt 115°; Siedepunkt 415°. Schwefel hat drei verschiedene Spektra. Im

Funkenspektrum ist keine Linie beobachtet; in der Geißlerschen Röhre erscheint für gewöhnlich das Bänderspektrum, bei Einschaltung von Leidener Flaschen jedoch das Linienspektrum. Das Bänderspektrum des Schwefels ist das linienreichste aller Spektra; Eder und Valenta haben auf der kurzen Strecke von Hellblau bis zum Beginn des Ultraviolett die Bänder in 10000 Linien aufgelöst. Das Linienspektrum enthält 240 Linien, aus denen sich zwei Nebenserien herstellen lassen.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 20086{,}89 - 109598\, n^{-2}\, 113556\, n^{-3}$

$$\nu_1 = 18{,}15;\quad \nu_2 = 11{,}13,$$

2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 20078{,}37 - 108744{,}5\, n^{-2} - 18268\, n^{-3}$

$$\nu_1 = 18{,}15;\quad \nu_2 = 11{,}13.$$

59. Selen (Se). Atomgewicht 79; tritt in drei Modifikationen auf, von denen eine flüssig und die beiden anderen fest sind, amorph und metallisch; die spezifischen Gewichte liegen zwischen 4,3 und 4,8; Schmelzpunkt 217°; Siedepunkt 690°. Im Funkenspektrum ist keine Linie gesehen, im Linienspektrum der Geißlerschen Röhre sind zwei Nebenserien bekannt, von denen die erste kompliziert gebaute Triplets enthält.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 19266{,}54 - \quad 108900\, n^{-2}\, 94293\, n^{-3}$
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 19286{,}72 - 111959{,}6\, n^{-2}\; 1227\, n^{-3}$

$$\nu_1 = 103{,}7;\quad \nu_2 = 44{,}07.$$

60. Tellur (Te). Atomgewicht 127; fest; spezifisches Gewicht 6,25; Schmelzpunkt 446°; Siedepunkt 1390°. Das Funkenspektrum enthält 79 Linien.

61. Erbium (Er). Atomgewicht 166; die physikalischen Eigenschaften sind unbekannt. Das Funkenspektrum enthält 1508 Linien.

Gruppe 8a. Mangan, Samarium.

62. Mangan (Mn). Atomgewicht 55; fest; spezifisches Gewicht 7,39; Schmelzpunkt 1245°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1152 Linien; Hasselberg hat im Bogenspektrum von λ 8850 bis λ 3460 348 Linien gemessen. Das Spektrum enthält auffallende Triplets, welche sich in zwei Nebenserien einordnen lassen, die an derselben Stelle auslaufen. Sonst ist das Spektrum nicht auf Gesetzmäßigkeiten untersucht.

1. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 41223{,}86 - 125299\, n^{-2} - 1377549\, n^{-4}$
$\nu_1 = 172{,}07;\ \nu_2 = 129{,}14$,
2. Nebenserie $10^8 \lambda^{-1} = 41222{,}15 - 119890\, n^{-2} - 580770\, n^{-4}$
$\nu_1 = 173{,}78;\ \nu_2 = 129{,}14$.

63. Samarium (Sa). Atomgewicht 150; fest; spezifisches Gewicht 7,8; Schmelzpunkt?; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 976 Linien beobachtet.

Gruppe 8b. Fluor, Chlor, Brom, Jod, Thulium.

64. Fluor (Fl). Atomgewicht 19; gasförmig; spezifisches Gewicht 1,26; Schmelzpunkt $-223°$; Siedepunkt $-187°$; Spektrallinien sind nicht beobachtet.

65. Chlor (Cl). Atomgewicht 35; gasförmig; spezifisches Gewicht 2,49; Schmelzpunkt $-102°$; Siedepunkt $-34°$. Das Funkenspektrum des Chlors besitzt 11 Linien. Das Spektrum des Chlors in der Geißlerschen Röhre enthält nach den Beobachtungen von Eder und Valenta von λ 5670 bis λ 3280 ungefähr 200 Linien.

66. Brom (Br). Atomgewicht 80; flüssig; spezifisches Gewicht 3,15; Schmelzpunkt $-7°$; Siedepunkt 69°. Im Funkenspektrum sind keine Linien gefunden; Eder und Valenta haben im Spektrum der Geißlerschen Röhre von λ 6680 bis λ 3890 über 120 Linien gemessen; bei Einschaltung von Leidener Flaschen tritt gleichzeitig mit dem Linienspektrum ein Bänderspektrum auf, welches vielfach mit dem bei gewöhnlicher Temperatur zu beobachtenden Absorptionsspektrum des Bromdampfes identisch ist.

67. Jod (J). Atomgewicht 127; fest; spezifisches Gewicht 4,95; Schmelzpunkt 114°; Siedepunkt 184°. Im Funkenspektrum sind keine Linien beobachtet.

68. Thulium (Tm). Die physikalischen Eigenschaften dieses Elements sind nicht bekannt. Im Funkenspektrum sind 237 Linien beobachtet.

Gruppe 9. Periode III. Eisen, Nickel, Kobalt.

69. Eisen (Fe). Atomgewicht 56; fest; spezifisches Gewicht 7,86; Schmelzpunkt 1600°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 1517 Linien beobachtet. Das Bogenspektrum enthält beträchtlich mehr Linien, von denen jedoch manche

nicht zum Eisen selbst gehören dürften. Gesetzmäßigkeiten sind nicht näher bekannt, doch treten zahlreiche enge Doppellinien auf.

70. Nickel (Ni). Atomgewicht 59; fest; spezifisches Gewicht 8,9; Schmelzpunkt 1484°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 503 Linien; im Bogenspektrum hat Hasselberg von λ 5890 bis λ 3480 352 Linien gemessen.

71. Kobalt (Co). Atomgewicht 59; fest; spezifisches Gewicht 8,6; Schmelzpunkt 1500° bis 1800°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1295 Linien, das Bogenspektrum nach Hasselberg von λ 5530 bis λ 3470 610 Linien.

Gruppe 9. Periode V. Ruthenium, Rhodium, Palladium, mit den Elementen der X. Periode zusammen als Platinmetalle bezeichnet.

72. Ruthenium (Ru). Atomgewicht 102; fest; spezifisches Gewicht 12,26; Schmelzpunkt 1800°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1575 Linien; das Bogenspektrum 1933 Linien.

73. Rhodium (Rh). Atomgewicht 102; fest; spezifisches Gewicht 12,1; Schmelzpunkt 2000°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 855 Linien beobachtet, im Bogenspektrum 1470. Nach Snyder sollen sich in diesem Spektrum eine große Zahl von Linienreihen bilden lassen, ähnlich wie bei Arsen usw.; entweder wiederholt sich eine Gruppe von 54 Linien 19 mal, oder eine solche von 19 Linien 54 mal.

74. Palladium (Pd). Atomgewicht 106; fest; spezifisches Gewicht 11,4; Schmelzpunkt 1587°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 517 Linien beobachtet; im Bogenspektrum 283. Auch hier sind ähnliche Beziehungen erkannt, wenn auch noch recht unvollständig, wie bei Rhodium, und dasselbe gilt für alle übrigen Platinmetalle.

Gruppe 9. Periode VII. Europium, Gadolinium.

75. Europium (Eu). Atomgewicht 151; die physikalischen Eigenschaften sind nicht bekannt. Das Funkenspektrum enthält 1193 Linien.

76. Gadolinium (Ga). Atomgewicht 156; die physikalischen Eigenschaften sind nicht bekannt. Das Funkenspektrum enthält 1150 Linien.

Gruppe 9. Periode X. Osmium, Iridium, Platin.

77. Osmium (Os). Atomgewicht 191; fest; spezifisches Gewicht 22,48; Schmelzpunkt 2400; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 838 Linien gefunden, im Bogenspektrum 1220.

78. Iridium (Ir). Atomgewicht 193; fest; spezifisches Gewicht 22,42; Schmelzpunkt 2500°; Siedepunkt? Das Funkenspektrum enthält 1380 Linien, das Bogenspektrum 956.

79. Platin (Pt). Atomgewicht 195; fest; spezifisches Gewicht 21,50; Schmelzpunkt 1789°; Siedepunkt? Im Funkenspektrum sind 580 Linien, im Bogenspektrum 567.

Wie schon bemerkt, sind bei sämtlichen 6 Platinelementen ähnliche Linienbeziehungen angedeutet, wie man sie bei Rhodium tatsächlich festgestellt hat.

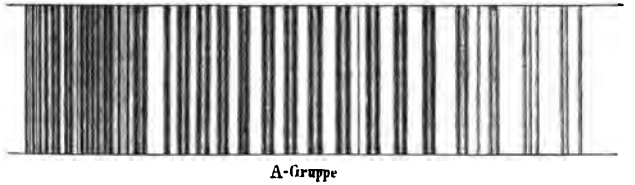
Nach Stark rühren die Linienspektra von den positiven Atomionen her, während die Bänderspektra von den neutralen

Abb. 6.

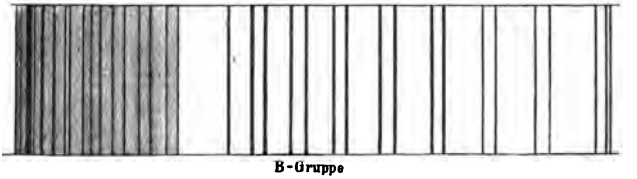
Molekülen erzeugt werden. Die Bänderspektra sind nun meistens so charakteristisch gebaut, daß bei ihnen eine Gesetzmäßigkeit auf den ersten Blick zu erkennen ist, wie dies Abb. 6, ein typisches kanneliertes Spektrum, zeigt. Jedes Hauptband besteht aus einigen Partialbändern, die sämtlich scharf beginnend nach der gleichen Richtung hin verwaschen sind. Dabei liegen die Kanten der Partialbänder nach der Seite der Verwaschenheit immer enger zusammen; die Zahl der Partialbänder ist für jedes folgende Band gewöhnlich um 1 kleiner, und auch der Abstand der einzelnen Hauptbänder nimmt gewöhnlich nach dieser Richtung hin ab. Die Partialbänder lassen sich in einzelne Linien auflösen, deren Distanzen von der Kante an abnehmen, wie auch ihre Intensität, wodurch der Eindruck der einseitigen Verwaschenheit der Partialbänder entsteht. Gewöhnlich gehen von den Kanten zwei

Linienserien aus, so daß Doppellinien mit wachsendem Abstand vorhanden sind. Häufig befinden sich auch Linien und Liniengruppen in einem solchen Band, die zu der gesetzmäßigen Verteilung nicht zu gehören scheinen, wie Abb. 7 zeigt: die Bänder des Sauerstoffs im Sonnenspektrum, die von Fraunhofer mit A und B bezeichnet sind. Es fallen aber auch bei größeren Abständen die Linien der einzelnen Serien häufig so durcheinander, daß eine Entwirrung kaum möglich ist.

Von den vielen Versuchen, bestimmte mathematische Ausdrücke für die Bänderspektra zu finden, sollen hier nur die-



A-Gruppe



B-Gruppe

Abb. 7.

jenigen von Deslandres und Thiele erwähnt werden, obwohl auch in bezug auf sie noch große Unsicherheit herrscht.

Die Deslandreschen Ergebnisse lauten: Die Schwingungszahlen der einander folgenden Linien eines Bandes bilden eine arithmetische Reihe. Meist gehen aber von einer Kante mehrere derartige Linienserien aus. Bei allen Bändern, die zu dem gleichen Stoffe gehören, ist die Zahl der Serien die gleiche. Die Schwingungszahlen der Linien einer Serie entsprechen daher dem Ausdruck

$$A + B\,m^2,$$

worin A die Schwingungszahl der ersten Linie bezeichnet und für m ganze Zahlen zu setzen sind, die um 1, 2 oder 3 wachsen.

Was für die Linien der Partialbänder gilt, soll aber auch für die Kanten derselben gelten, d. h. die sämtlichen Kanten oder Anfangspunkte der Linienserien innerhalb eines Bänderspektrums sind durch den gleichen Ausdruck wie oben darstellbar. Jede Linie eines Bänderspektrums ist daher darstellbar durch den Ausdruck

$$A\,m^2 + B\,n^2 + C\,.$$

Die Deslandresschen Gesetze werden sehr wahrscheinlich nur angenäherte Gültigkeit besitzen; es sind also nicht die wahren physikalischen Beziehungen, sondern sie entsprechen höchstens den Serienformeln in den Linienspektren.

Von höherer Bedeutung sind die Untersuchungen Thieles, der zu dem Ausdrucke gelangt:

$$\lambda = f\,[(n + c)^2]\,,$$

worin n die Reihe der positiven und negativen Zahlen durchläuft. Es bestehen also Doppelserien von Linien, indem jede Serie nach beiden Seiten hin für unendlich große n in Kanten ausläuft; die weitesten Linienabstände befinden sich hiernach in der Mitte. Das scheint zunächst dem direkten Anblick zu widersprechen; es kann aber gar keinem Zweifel mehr unterliegen, daß bei einzelnen Spektren bereits derartige Fortsetzungen erkannt worden sind.

von vermehrt wird; es handelt sich also um eine periodische Bewegung, deren Schwingungsdauer $T = \frac{2\pi}{c}$ ist. Hiernach erhält man die folgenden Gleichungen für x und v:

$$x = a \cos \frac{2\pi t}{T},$$

$$v = -a \frac{2\pi}{T} \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Die lebendige Kraft des schwingenden Teilchens $\frac{1}{2} m v^2$ ist im Moment der größten Exkursion Null und erreicht ihren Maximalwert, wenn das Teilchen die Ruhelage passiert. Bei der außerordentlichen Geschwindigkeit der Vibrationen kann aber nur der Mittelwert der lebendigen Kraft in die Erscheinung treten, der gegeben ist durch $K = \frac{m}{2T} \int_0^T v^2 \, dt$, oder durch Einsetzen von v zu

$$K = \frac{m}{2T} a^2 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \, dt.$$

Das Integral ist $\frac{1}{2} T$, folglich

$$K = m \frac{a^2}{4} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

Für eine gegebene Wellenlänge ist demnach K abhängig vom Quadrat der Schwingungsamplitude a. Da nun die Intensität des Lichts eine Größe ist, die der lebendigen Kraft proportional ist, so wächst also auch die Lichtintensität proportional mit dem Quadrat der Amplitude, womit dieser Begriff auf die mechanischen Grundbegriffe zurückgeführt ist. Die Lichtintensität ist also etwas Objektives, vom Auge selbst völlig Unabhängiges und läßt sich am einfachsten definieren als diejenige Lichtmenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer Kugel trifft, in deren Mittelpunkt sich die punktförmige Lichtquelle befindet, und deren Radius gleich der Längeneinheit ist. Aus dieser Definition ergibt sich in Verbindung mit der Annahme, daß im leeren Raum kein Strah-

lungsverlust stattfindet, daß also die Lichtmenge, welche eine die Lichtquelle umschreibende Kugelfläche trifft, unabhängig vom Radius r der Kugel ist, sofort das wichtigste Grundgesetz der Photometrie, daß die Intensität umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung r ist.

Es finden mithin folgende Relationen statt:

Die Intensität in der Entfernung 1 sei i, diejenige in beliebiger Entfernung r sei J; es ist dann

$$J = \frac{i}{r^2},$$

$$i = J r^2.$$

Die Totalintensität eines leuchtenden Punktes ist diejenige Intensität, welche die ganze Kugelfläche trifft; sie ist also

$$Q = 4\pi r^2 J = 4\pi i,$$

sofern der leuchtende Punkt nach allen Richtungen hin in gleicher Weise strahlt. Da alle Lichtquellen eine gewisse Ausdehnung besitzen, so bleiben in der Praxis diese Relationen nur so lange gültig, als die Dimensionen der Lichtquelle verschwindend klein im Verhältnis zu r sind.

Im allgemeinen senden irdische Lichtquellen nicht nach allen Richtungen die gleichen Lichtmengen aus. Ist das Gesetz der Lichtverteilung als Funktion der Richtungen bekannt (durch Beobachtungen gefunden), so kann die Totalintensität durch Integration über die ganze Kugelfläche ermittelt werden. Gewöhnlich handelt es sich hierbei aber um sehr komplizierte Verhältnisse.

Die kleine leuchtende Lichtquelle braucht auch nicht selbstleuchtend zu sein; sie kann reflektiertes Licht infolge ihrer Beleuchtung durch eine selbstleuchtende Lichtquelle aussenden. Die Behandlung derartiger, meist ebenfalls sehr komplizierter Probleme bildet einen Hauptteil der theoretischen Photometrie, auf den wir weiter unten genauer eingehen müssen.

Die von Lichtquellen ausgehende Lichtstrahlung von genau definierter objektiver Intensität ruft im Auge das Empfinden des Lichts von bestimmter Intensität hervor, die aber nicht

mit ersterer identisch oder proportional ist, sondern als subjektive Wahrnehmung in sehr komplizierter Weise von dieser abhängt.

Die Empfindung von Licht beginnt nicht von dem Wert Null an kontinuierlich mit zunehmender objektiver Intensität zu wachsen, sondern sie beginnt erst mit einem gewissen merklichen Wert der objektiven Intensität, der eventuell auf physikalischem Wege bereits vorher gemessen werden kann. Die Empfindung nimmt auch nicht bis zu beliebig hohen Beträgen der objektiven Intensität zu, sondern bei einem gewissen hohen Betrage treten Blendung und andere schädliche Wirkungen auf das Auge ein, die bis zur Erblindung führen können, jedenfalls aber schon recht frühzeitig das Vergleichen von Lichtintensitäten unmöglich machen. Nur innerhalb eines gewissen Intervalls der objektiven Intensitäten — bei den bequemen Helligkeiten — ist eine einfache Gesetzmäßigkeit zwischen objektiver und subjektiver Intensität vorhanden. Diese Gesetzmäßigkeit scheint bei allen Nervenreizungen gültig zu sein; das psycho-physische Grundgesetz von Fechner[1]) besagt, daß die Empfindung proportional dem Logarithmus des Reizes sei, und ist durch vielfache Versuche innerhalb gewisser Grenzen ermittelt. Bezeichnet man mit J die objektive Intensität, mit E die subjektive Lichtempfindung und mit c eine Konstante, so ist

$$dE = c\frac{dJ}{J}.$$

Die Integration gibt: $E = C + c \lg J$, für einen anderen Wert J_1 entsprechend

$$E_1 = C + c \lg J_1,$$

also

$$E - E_1 = c \lg \frac{J}{J_1}.$$

Die Differenzen der subjektiven Lichtempfindungen sind also proportional den Differenzen der objektiven Intensitäts-

[1]) Fechner, Über ein psycho-physisches Grundgesetz. Abh. d. Kgl. Sächs. Gesellsch. der Wiss. Bd. 4.

logarithmen. Taxiert das Auge gleiche Helligkeitsintervalle, so entsprechen die betreffenden Intensitäten einer geometrischen Reihe. Die ohne alle Kenntnisse dieser Vorgänge im Altertum aufgestellte Größenskala der helleren Fixsterne entspricht durchaus dem Fechnerschen Gesetz, da die aufeinanderfolgenden Größen den Intensitäten $2{,}5^{\circ}$, $2{,}5^{1}$, $2{,}5^{2}$, $2{,}5^{3}$... recht nahe reziprok sind.

Übrigens ist das Auge zur Aufstellung oder zur Messung von Intensitätsverhältnissen sehr wenig geeignet. Man ist nicht imstande, anzugeben, ob eine Lichtquelle 5 mal oder 20 mal heller ist als eine andere. Nur wenn die Intensitätsverhältnisse klein sind, höchstens den Betrag von 1 : 2 erreichen, können in Einheiten des kleinsten wahrnehmbaren Unterschiedes Empfindungsdifferenzen angegeben werden, die reellen Wert besitzen. Von dieser Eigenschaft des Auges ist eine sehr umfangreiche Anwendung bei der Beobachtung veränderlicher Sterne gemacht worden, die Beobachtung nach der Methode der Stufenschätzungen.

Abgesehen von dieser beschränkten Messungsfähigkeit, kann das Auge mit Genauigkeit nur Helligkeitsgleichheit taxieren oder feststellen. Sämtliche photometrischen Meßmethoden beruhen daher auf der Herstellung von Gleichheit zweier leuchtender Objekte durch meßbare Veränderung der objektiven Intensitäten eines der beiden Objekte oder auch beider. Die Tätigkeit des Beobachters besteht hierbei nur in der Feststellung der Helligkeitsgleichheit, und die instrumentelle Vorrichtung muß angeben, um wieviel die Intensität verändert worden ist, um vom ursprünglichen Zustand zur Gleichheit mit dem zweiten Objekt zu gelangen.

Die Genauigkeit, mit welcher die Gleichheit beurteilt werden kann, erreicht im Maximum 1% bis 2%, ist aber gewöhnlich viel geringer, da es nicht immer möglich ist, die sämtlichen notwendigen Bedingungen gleichzeitig zu erfüllen. Obgleich eine Besprechung dieses wichtigsten Punktes der praktischen Photometrie eigentlich nicht in den Rahmen der photometrischen Theorien gehört, mögen der Vollständigkeit halber doch die wesentlichsten Bedingungen kurz angeführt werden:

1. Die Gleichzeitigkeit. Zwischen der Betrachtung der beiden Objekte darf kein längerer Zeitraum verfließen, weil sonst keine Garantie dafür geboten ist, daß sich das Auge bei der Betrachtung der beiden zu vergleichenden Objekte im gleichen Zustand befunden hat, und weil unser Gedächtnis für Helligkeitsauffassungen sehr kurz und trügerisch ist.

2. Die Gleichheit des Gesamtlichts, welches ins Auge dringt. Es kommt diese Bedingung im wesentlichen darauf hinaus, daß der Hintergrund, auf welchen sich die beiden Objekte projizieren, der gleiche ist.

3. Die Gleichheit von Größe und Form. Die Schwierigkeit der Taxierung der Gleichheit wächst um so mehr, je unähnlicher die beiden Objekte einander werden. Das erstrebenswerte Ideal der photometrischen Messung ist die Vergleichung zweier in Größe und Form völlig identischer Objekte, also Punkt mit Punkt, Linie mit Linie, Rechteck mit gleich großem Rechteck, Kreis mit gleich großem Kreis usw.

4. Die Gleichheit der Farbe. Hierauf ist schon auf Seite 136 aufmerksam gemacht worden. Bei sehr merklich verschiedener Färbung werden die Messungen fast ganz illusorisch. Völlige Gleichheit der Färbung, bis auf die kleinsten Nuancen, ist erstrebenswert; aber gerade in den meisten Fällen ist diese wichtige Bedingung nicht erreichbar.

Auf eine scharfe Definition der in der Photometrie gebräuchlichen Ausdrücke ist besonderes Gewicht zu legen, da diese Ausdrücke auch im gewöhnlichen Leben gebräuchlich sind, meist aber ohne exakte Beziehungen.

Objektive Intensität oder kurz Intensität oder auch Leuchtkraft ist bereits im vorstehenden genügend definiert. Auch die Bezeichnung objektive Helligkeit ist hierfür anwendbar. Diejenige Helligkeit aber, welche durch diese Leuchtkraft auf einem dunklen Körper objektiv erzeugt wird, soll Beleuchtung genannt werden. Diese Beleuchtung kann unmittelbar nicht wahrgenommen werden; sie kann nur berechnet werden aus Leuchtkraft und Stellung der Lichtquelle. Die beobachtete Beleuchtung oder die scheinbare Helligkeit kann ebenfalls zur Berechnung der objektiven Beleuch-

tung verwendet werden, aber nur dann, wenn die physikalischen Eigenschaften des beleuchteten Körpers genau bekannt sind. Die scheinbare Helligkeit ist allein beobachtbar und ist im allgemeinen kleiner als die Beleuchtung, da sie nur dem Betrage des in der Richtung nach dem Auge hin reflektierten Lichts entspricht. Alle Aufgaben der Photometrie sind schließlich darauf zurückzuführen, die scheinbare Helligkeit zu bestimmen, da letztere allein sowohl berechenbar als auch beobachtbar ist.

Ein ebenfalls sehr wichtiger und scharf zu beachtender Unterschied besteht zwischen Flächenhelligkeit und Gesamthelligkeit eines leuchtenden Objekts, wobei letzteres sowohl selbstleuchtend als auch beleuchtet sein kann. Der Begriff der Flächenhelligkeit kann natürlich nur bei einem ausgedehnten Objekt in Frage kommen, welches eine deutlich als solche erkennbare Fläche darbietet. Unter Flächenhelligkeit versteht man die Helligkeit, welche die Einheit der Fläche des leuchtenden Körpers aussendet. Diese Einheit kann im gewöhnlichen Flächenmaß ausgedrückt sein, z. B. in Quadratzentimetern; man kann aber auch ein Winkelmaß zugrunde legen, z. B. einen Quadratgrad. Unter Flächenhelligkeit kann man sowohl die Leuchtkraft verstehen, wenn man nämlich untersuchen will, wie ein Körper von einem anderen beleuchtet wird, als auch die scheinbare Helligkeit, wenn es sich um eine Untersuchung handelt, wie uns eine leuchtende oder beleuchtete Fläche erscheint. Die Wahl der Einheit, ob Flächen- oder Winkelmaß, hängt davon ab, ob man es mit der wahren Größe oder mit der scheinbaren Größe eines Objekts zu tun hat. Kennt man die wahre Größe eines Objekts, also den Inhalt seiner Fläche in Quadratzentimetern und gleichzeitig seine Entfernung von Lichtquelle und Beobachter, so kann man auch die Flächenhelligkeit als für das Quadratzentimeter gültig ausdrücken. Ist aber der wirkliche Flächeninhalt und also auch die Entfernung des Objekts nicht bekannt, so kann man nur ein Winkelmaß als Einheit zugrunde legen. Wenn die Winkelausdehnung eines leuchtenden Objekts so klein ist — wie z. B. bei den an sich sehr großen Fix-

sternen —, daß das Auge eine Fläche nicht mehr erkennen kann, so nennt man die Lichtquelle eine punktförmige. Ihre scheinbare Größe wird durch Variation der Entfernung nicht geändert, und der Begriff der Flächenhelligkeit fällt also fort. Bei punktförmigen Objekten hat man es nur mit der Gesamthelligkeit zu tun, deren Behandlung und Berechnung eine von der Flächenhelligkeit durchaus verschiedene ist.

Nach Klarlegung der Grundbegriffe können nunmehr auch die Aufgaben der theoretischen Photometrie folgerichtig präzisiert werden. Die erste Aufgabe lautet, die objektive Beleuchtung einer beliebigen Fläche durch einen leuchtenden Punkt zu berechnen; daran schließt sich an, die objektive Beleuchtung einer beliebigen Fläche durch eine beliebige leuchtende Fläche zu bestimmen. Es sind dies die Beleuchtungsaufgaben, deren Lösung im allgemeinen möglich ist, wenngleich häufig kaum überwindbare Komplikationen entgegenstehen. Die dritte Aufgabe besteht in der Berechnung der scheinbaren Helligkeit, behufs Vergleichung mit der Beobachtung. Es sei hier gleich bemerkt, daß eine strenge Lösung der dritten Aufgabe bisher nicht gefunden ist.

Beleuchtungsaufgaben. Bei der Berechnung der Beleuchtungen, sofern sie von einem Punkt oder von mehreren diskreten Punkten ausgehen, können rein geometrische Betrachtungen zugrunde gelegt werden, da es hierbei auf die Natur des Lichts nicht ankommt, Interferenz und Beugung nicht in das Gebiet der Photometrie hineingehören. Es ist daher häufig außerordentlich bequem, den Begriff der Lichtdichtigkeit einzuführen, der identisch mit der Intensität oder der lebendigen Kraft der Strahlung proportional ist, und den man sich am einfachsten folgendermaßen vorstellen kann. Von einem Punkt gegebener Helligkeit denkt man sich ein System von geradlinigen Strahlen ausgehend, welche dicht zusammenliegen, deren Anzahl jedoch eine begrenzte ist; bei größerer Helligkeit denkt man sich nur die Zahl der Strahlen vermehrt, es herrscht also größere Dichtigkeit der Strahlen, während die Leuchtkraft der einzelnen Strahlen unverändert bleibt. Die Lichtdichtigkeit ist demnach gegeben durch die Zahl der

Strahlen, die auf die Flächeneinheit senkrecht einfallen. Daß die Lichtdichtigkeit genau wie die Intensität mit dem Quadrat der Entfernung vom leuchtenden Punkt abnimmt, bedarf hierbei keiner besonderen Erläuterung. Die Lichtdichtigkeit ist das Maß für die Stärke der Beleuchtung.

Die Beleuchtung eines kleinen Flächenelements durch einen leuchtenden Punkt. D sei die Lichtdichte, J die Intensität, r die Entfernung, so ist nach den gegebenen Definitionen bei senkrechter Beleuchtung eines Flächenelements df

$$D = \frac{J\,df}{r^2}.$$

Bilden die einfallenden Lichtstrahlen mit dem Lot von df den Inzidenzwinkel i, so ist die Fläche, welche zu dem durch df begrenzten Strahlenbündel senkrecht steht, im Verhältnis zum cos i kleiner als df, die Lichtdichtigkeit also auf df im gleichen Verhältnisse kleiner. Mithin ist

$$D = \frac{J\cos i}{r^2}\,df.$$

In diesem Beleuchtungsgesetz sind die beiden ersten Hauptsätze der Photometrie enthalten:

1. Die Beleuchtung einer kleinen Fläche durch einen Punkt ist umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung.

2. Die Beleuchtung einer kleinen Fläche durch einen Punkt ist proportional dem Cosinus des Inzidenzwinkels.

Die Beleuchtungen desselben Flächenelements durch andere Punkte mit den Intensitäten $J_1, J_2 \ldots J_n$, den Entfernungen $r_1, r_2 \ldots r_n$ und den entsprechenden Inzidenzwinkeln $i_1, i_2 \ldots i_n$ sind voneinander unabhängig, da bei Licht verschiedener Lichtquellen keine Interferenz stattfindet. Die Gesamtbeleuchtung ist daher gleich der Summe der Einzelbeleuchtungen:

$$3.\quad \Sigma D = \left[\frac{J\cos i}{r^2} + \frac{J_1\cos i_1}{r_1^2} + \frac{J_2\cos i_2}{r_2^2} + \ldots + \frac{J_n\cos i_n}{r_n^2}\right] df.$$

Beleuchtung einer beliebig gestalteten großen Fläche durch einen Punkt. Für jedes Flächenelement der

zu betrachtenden Fläche ist die Beleuchtung darzustellen nach den Sätzen 1 und 2. Für jedes der Flächenelemente kommt ein anderes r und anderes i in Frage, und die Gesamtbeleuchtung ist das gehörig begrenzte Integral über die ganze Fläche. Je komplizierter die Fläche gestaltet ist, d. h. je komplizierter die Funktion zwischen den verschiedenen r und i ist, um so schwieriger wird die Integration, und es bietet sich hier eine unübersehbare Fülle von speziellen Beleuchtungsaufgaben, die aber prinzipiell lösbar sind, wenngleich vielfach nur durch mechanische Quadratur. Von denjenigen Fällen, die auf der Erde und in unserem Sonnensystem vorkommen, mögen einige zur Darstellung gelangen[1]).

Beleuchtung einer ebenen Kreisfläche von einem senkrecht oberhalb des Mittelpunktes befindlichen Punkt.

Bezeichnet man den Radius des Kreises allgemein mit x, mit $d\varphi$ einen kleinen zwischen zwei Radien gelegenen Winkel, so ist ein Flächenelement gegeben durch $x\,d\varphi\,dx$. Die Entfernung des leuchtenden Punktes vom Mittelpunkt sei r, dann ist die Entfernung des Flächenelements vom leuchtenden Punkt $\sqrt{r^2+x^2}$; der Neigungswinkel ist i, also $\cos i = \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$. Die Lichtmenge, welche auf das Flächenelement fällt, ist demnach

$$dQ = \frac{J\,r\,x\,dx\,d\varphi}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Die ganze Lichtmenge Q ist demnach, wenn der Radius des beleuchteten Kreises a ist:

$$Q = J\,r\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{a} \frac{x\,dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

oder

$$Q = 2\pi J\left\{1 - \frac{r}{\sqrt{r^2+a^2}}\right\}.$$

Im Falle a unendlich groß ist, erreicht Q den Grenzwert $2\pi J$.

[1]) G. Müller, Die Photometrie der Gestirne. Leipzig 1897.

Ungemein vereinfachend für die Beleuchtungsaufgaben bei beliebigen Flächen ist die folgende schon von Lambert[1]) gefundene Betrachtung.

Verbindet man den leuchtenden Punkt mit allen Begrenzungspunkten der beleuchteten Fläche, so erhält man einen Kegelmantel. Schlägt man weiter um denselben Punkt eine beliebige Kugelfläche, so schneidet der Kegelmantel aus dieser Kugelfläche ein Kugelsegment heraus, welches, wie ohne weiteres klar ist, genau dieselbe Lichtmenge empfängt, wie die ursprüngliche Fläche. Es ist damit die Beleuchtung einer beliebigen Fläche reduziert auf die Beleuchtung einer Kugelfläche, von der gleichen scheinbaren Begrenzung. Alle Flächen von der gleichen scheinbaren Begrenzung erhalten also von einem Punkt die gleiche Beleuchtung, gleichgültig, welches ihre wahre Entfernung ist. Hierbei ist es auch gleichgültig, ob die Begrenzung der Fläche eine reelle ist oder nur eine scheinbare, wie sie z. B. bei einer geschlossenen Fläche, Kugel, Ellipsoid usw., durch den Kegelmantel gegeben wird, der die Figur von dem leuchtenden Punkt aus tangierend umfaßt.

Als Beispiel der Anwendung dieses Satzes möge die Beleuchtung einer Kugelfläche vom Radius a durch einen Punkt, dessen Entfernung vom Kugelmittelpunkt gleich r ist, berechnet werden. Der umhüllende Kegel ist in diesem einfachsten Falle ein gerader Kegel; das durch ihn aus der beliebigen, um den leuchtenden Punkt geschlagenen Kugelfläche ausgeschnittene Flächenstück ist eine Kalotte, deren Fläche ausgedrückt ist durch $2\pi\left\{1-\frac{\sqrt{r^2-a^2}}{r}\right\}$. Die Beleuchtung der Kugel ist also

$$Q = 2\pi J\left\{1-\frac{\sqrt{r^2-a^2}}{r}\right\}.$$

Beleuchtung von Flächen durch Flächen.

Um die Menge des unter beliebigen Winkeln aus einer kleinen ebenen Fläche austretenden Lichts zu bestimmen, könnte man von der Annahme ausgehen, die Fläche als durch

[1]) Lambert, Photometrie. Deutsche Ausgabe, Leipzig 1892.

eine große Zahl von Punkten gebildet anzusehen, deren jeder einzelne, wie oben vorausgesetzt, nach allen Richtungen hin gleiche Lichtmengen aussendet. Dann sendet ein solches Flächenstück ebenfalls nach allen Seiten hin dieselbe Lichtmenge aus, d. h. die letztere ist unabhängig vom Emanationswinkel ε. Nähert sich ε 90°, so schrumpft das Flächenstück in eine Linie zusammen, deren Lichtdichtigkeit unendlich groß wird. Von dieser Betrachtung ausgehend, hat Euler sein photometrisches Grundgesetz aufgestellt, welches aber bereits Lambert für unrichtig erkannte und durch das nach letzterem benannte Gesetz ersetzte, nach welchem, entsprechend wie bei der Inzidenz vom Cosinus des Inzidenzwinkels, die ausgestrahlte Lichtmenge dem Cosinus des Emanationswinkels proportional ist. Lambert hat sein Gesetz nicht beweisen können; das ist erst sehr viel später durch Lommel[1]) geschehen.

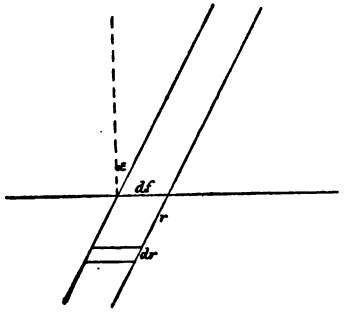


Abb. 8.

Das Fehlerhafte der Eulerschen Annahme liegt darin, daß ebensowenig wie ein mathematischer Punkt merkliche Mengen von Energie aussendet, auch eine mathematische Fläche dies kann. Die Strahlung kann nur von kleinen Volumenelementen ausgehen; sie kommt also bei einem Körper nicht aus der mathematischen Begrenzungsfläche, sondern aus dem Körperinnern und erfährt daher auf dem Wege bis zur Oberfläche Energieverlust durch Absorption. Nach Lommel gestaltet sich der Vorgang alsdann folgendermaßen.

Es werde der aus dem Flächenelement df (Abb. 8) unter dem Emanationswinkel ε austretende Strahlungszylinder betrachtet, der, nach rückwärts in das Körperinnere verlängert, von dem Volumenelement $df\,dr\cos\varepsilon = dv$ in der Entfernung r von der Oberfläche ausgeht. Dieses Volumenelement möge nach allen Richtungen hin die gleiche Lichtmenge $E\,dv$ ausstrahlen.

[1]) Wied. Ann. 10, 1880.

Bezeichnet man nun noch mit k den Absorptionskoeffizienten des Körpers, so ist die Lichtmenge, welche unter dem Winkel ε aus df ausstrahlt:

$$E\,df\,dr\cos\varepsilon\,e^{-kr}.$$

Ist der Körper nun ein sogenannter undurchsichtiger, so daß ein Lichtstrahl bereits in der sehr kurzen Strecke ϱ ausgelöscht wird, so nimmt der vorstehende Ausdruck die folgende Form an:

$$E\,df\cos\varepsilon\int_0^{\varrho} e^{-kr}\,dr = \frac{E}{k}\,df\cos\varepsilon\,(1-e^{-k\varrho}).$$

$Ee^{-k\varrho}$ ist aber wegen der Größe von $k\varrho$ ebenfalls verschwindend klein, der Ausdruck wird also $df\frac{E}{k}\cos\varepsilon$. Da nun $df\frac{E}{k}$ die durch df senkrecht austretende Lichtmenge bedeutet, so ist damit die Richtigkeit des Lambertschen Cosinusgesetzes bewiesen.

Für nicht undurchsichtige Körper, bei denen die Strahlung aus der großen Tiefe R herausdringt, ist von o bis R zu integrieren, und da e^{-kR} nicht Null wird, erhält man den komplizierten Ausdruck

$$\cos\varepsilon\,\frac{1-e^{-k\frac{R}{\cos\varepsilon}}}{1-e^{-kR}}.$$

Unter Annahme des Lambertschen Gesetzes ist man nun in der Lage, zu der ganz allgemeinen Beleuchtungsaufgabe, nämlich der Ermittelung der Beleuchtung einer beliebigen Fläche durch eine selbstleuchtende andere beliebige Fläche überzugehen.

Von den zwei beliebig gestalteten Flächen f und F betrachte man die beiden Flächenelemente df und dF, dann ist die Beleuchtung dL des letzteren durch das erstere, dessen Leuchtkraft J sein möge, nach dem vorigen gegeben durch

$$dL = \frac{J\,df\,dF\cos i\cos\varepsilon}{r^2}.$$

Um nun die Lichtmenge zu erhalten, die von dem ganzen Körper f auf dF fällt, hat man über die ganze Oberfläche

von f, soweit sie von dF sichtbar ist, zu integrieren, und um die Gesamtlichtmenge zu haben, welche von f auf F fällt, hat man über alle dF zu integrieren, auf die von f aus überhaupt Licht fallen kann. Es ist demnach

$$L = J\iint df\, dF \frac{\cos i \cos \varepsilon}{r^2},$$

wobei man sich die Integrale gehörig begrenzt zu denken hat.

Wäre F der leuchtende Körper mit der Leuchtkraft J_1, so erhält man genau denselben Ausdruck, nur mit J_1 statt J, so daß

$$\frac{L}{L_1} = \frac{J}{J_1}$$

ist. Leuchten beide Flächen gleichzeitig, so resultiert der Satz: Die Lichtmengen, welche zwei leuchtende Flächen einander zusenden, sind den Leuchtkräften proportional. Voraussetzung ist hierbei, daß die Leuchtkraft für jeden Körper auf der ganzen Oberfläche dieselbe ist.

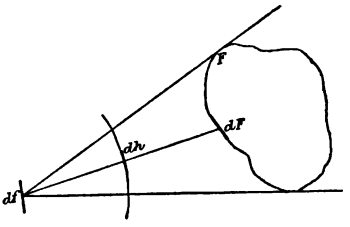


Abb. 9.

Durch Einführung des Begriffs der scheinbaren Größe, eine Fläche im Winkelmaß ausgedrückt, oder besser durch die Zentralprojektion einer Fläche auf eine Kugelfläche, läßt sich der vorstehende Satz noch einfacher ableiten.

Von der beliebigen Fläche F (Abb. 9) werde das Flächenelement df beleuchtet. Von letzterem aus zieht man den umhüllenden Kegel, welcher also alles von der Fläche F umschließt, was Licht nach df senden kann. Aus einer mit dem Radius 1 aus df geschlagenen Kugelfläche schneidet der umhüllende Kegel ein Stück heraus, die scheinbare Fläche von F. Die Lichtmenge dL, welche von dF auf df fällt, ist $dL = \frac{J\, dF\, df \cos i \cos \varepsilon}{r^2}$. Besäße nun das auf der Hilfskugel in der Verbindungslinie df bis dF liegende Flächenelement dh dieselbe Leuchtkraft wie dF, so würde es nach df die Licht-

menge $dL' = J\,dh\,df\cos i$ senden. Nun ist aber $dh = \frac{dF\cos\varepsilon}{r^2}$ also ist $dL = dL'$, d. h. von dh gelangt dieselbe Lichtmenge auf df wie von dF.

Durch die Integration über die ganze im einhüllenden Kegel befindliche Fläche F wird hieran nichts geändert. Man kann also die beliebige Fläche F stets durch ihre scheinbare Größe oder durch ihre Zentralprojektion ersetzen.

Für den Fall[1]), daß die Fläche F eine Mittelpunktsfläche ist, läßt sich hiernach ein weiterer, sehr wichtiger Hilfssatz beweisen. Bezeichnet man mit z (Zenitdistanz) den Winkel, welchen die Senkrechte auf df mit der Verbindungslinie von df mit dem Mittelpunkt der Fläche bildet, das in der Verbindungslinie von df mit dF auf der Hilfskugel liegende scheinbare Flächenelement mit dh und den Winkel zwischen dieser Verbindungslinie und der Mittellinie mit ϑ und die Entfernung von dF vom Mittelpunkt mit s, so ist

$$dL' = J\,df\,dh\cos i\,,$$

wo

$$\cos i = \cos z\cos s + \sin z\sin s\cos\vartheta$$

ist, also

$$dL' = J\,df\cos z\cos s\,dh + J\,df\sin z\sin\vartheta\,dh\,.$$

Bei einer Mittelpunktsfläche entspricht aber jedem dF ein zweites, bei welchem s denselben Wert hat, während statt ϑ $\vartheta + \pi$ zu setzen ist. Bei der Integration fällt also das 2. Glied des obigen Ausdrucks für dL' fort, und es resultiert

$$L' = J\,df\cos z\int\cos s\,dh\,.$$

Der konstante $\cos z$ verschwindet also unter dem Integralzeichen, d. h. bei der Beleuchtung eines Flächenelements durch eine beliebige Mittelpunktsfläche braucht man die Rechnung nur für den Fall durchzuführen, daß sich die Mittelpunktsfläche senkrecht über dem Flächenelement befindet; die anderen Fälle ergeben sich hieraus durch einfache Hinzufügung des Faktors $\cos z$.

[1]) Lamberts Photometrie. Deutsch von Anding. Anmerkung zu 140.

Von speziellen Beleuchtungsaufgaben durch Flächen sollen weiter unten nur solche behandelt werden, welche auf die Beleuchtung von Planeten oder Monden Bezug haben.

Nach der vorstehenden Betrachtung bietet die Lösung der Beleuchtungsaufgaben keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Die objektive Beleuchtung ist aber nichts, was beobachtet werden kann. Das, was wir sehen, ist die scheinbare Beleuchtung, also nur diejenige Lichtmenge, welche durch Reflexion von dem beleuchteten Körper in unser Auge gelangt. Hierdurch kommt ein neues Moment in das Problem hinein, das eine allgemeine Lösung bisher nicht in befriedigender Weise zugelassen hat. Es ist dies ein allgemein gültiges Reflexionsgesetz. Bei vollkommen spiegelnden Körpern ist das Reflexionsgesetz bekannt; es lassen sich hierbei alle Aufgaben leicht lösen. Den Gegensatz hierzu bieten die absolut zerstreut reflektierenden Körper, bei denen also keine Spiegelung vorhanden ist. Beides gibt es in der Natur nicht, und speziell bei den Himmelskörpern, auf die photometrische Untersuchungen anwendbar sind, nicht, indem außer der zerstreuten Reflexion an kleinsten Flächen auch noch Spiegelung eintritt, die besonders bei großen Emissionswinkeln sehr merklich werden kann.

Die Bouguersche Theorie der zerstreuten Reflexion.

Bouguer nimmt an, daß die zerstreute Reflexion mit der Spiegelung identisch ist, indem die Oberfläche zerstreut reflektierender Körper aus einer sehr großen Zahl kleinster, ebener spiegelnder Flächen besteht, die die verschiedensten Neigungen gegen die Flächennormale besitzen. Es ist klar, daß hierbei alles von der speziellen Anordnung der spiegelnden Flächen abhängt, daß sich also ein allgemeines Gesetz für die zerstreute Reflexion daraus nicht ableiten läßt. Bis zu dem Punkt, wo die speziellen Annahmen zu beginnen haben, hat Seeliger[1]) die theoretischen Folgerungen der Bouguerschen Anschauung gezogen.

Auf eine ebene Fläche falle Licht unter dem Inzidenzwinkel i ein; hiervon wird nur von denjenigen kleinen Spiegel-

[1]) Sitzungsber. d. Münch. Akad. 1888.

flächen Licht dem Beobachter zugesendet, deren Normale mit der Richtung der ein- und austretenden Strahlen in einer Ebene liegt und den Winkel zwischen diesen beiden Richtungen halbiert. Die Lichtmenge, welche dem Beobachter von der ganzen Fläche zugesendet wird, ist demnach proportional der Anzahl der Spiegel (n) und eine Funktion des Winkels $\frac{x}{2}$, welche die Abhängigkeit der Intensität des reflektierten Lichts von i ausdrückt. Es ist also, wenn k eine Konstante bedeutet

$$q = k\,n\,f\left(\frac{x}{2}\right).$$

Denkt man sich um einen Punkt der Fläche eine Kugel beschrieben, so sei die Richtung des einfallenden Lichts durch den Punkt L angedeutet, die des reflektierten durch R, die Normale zur Fläche durch N und die Normale zu den in Betracht kommenden kleinen Spiegeln durch S. In den drei sphärischen Dreiecken ist dann $LS = SR = \frac{x}{2}$, $LN = i$ und $NR = \varepsilon$. NS werde mit δ bezeichnet, Winkel LNR (Azimutdifferenz zwischen einfallendem und austretendem Strahl) mit A, LSN mit y.

Dann finden folgende Beziehungen statt:

$$\cos x = \cos i \cos\varepsilon + \sin i \sin\varepsilon \cos A$$

$$\cos i = \cos\frac{x}{2}\cos\delta + \sin\frac{x}{2}\sin\delta\cos y$$

$$\cos\varepsilon = \cos\frac{x}{2}\cos\delta - \sin\frac{x}{2}\sin\delta\cos y\,.$$

Hieraus folgt:

$$\cos i + \cos\varepsilon = 2\cos\frac{x}{2}\cos\delta$$

und da

$$2\cos\frac{x}{2} = \sqrt{2}\sqrt{1 + \cos i\cos\varepsilon + \sin i\sin\varepsilon\cos A}$$

$$\cos\delta = \frac{\cos i + \cos\varepsilon}{\sqrt{2}\sqrt{1 + \cos i\cos\varepsilon + \sin i\sin\varepsilon\cos A}}\,.$$

Sind hierin n und die Funktion f bekannt, so läßt sich das reflektierte Licht also durch i, ε und A berechnen.

Bezeichnet φ eine willkürliche Funktion, nach welcher n von σ abhängig ist, so wird die reflektierte Lichtmenge

$$q = k\,\varphi(\sigma)\,f\left(\frac{x}{2}\right).$$

In den Spezialfällen, wo die Azimutdifferenz 0° resp. 180° ist, ergibt sich

$$x = i - \varepsilon\,, \qquad \sigma = \tfrac{1}{2}(i + \varepsilon)$$

resp.

$$x = i + \varepsilon\,, \qquad \sigma = \tfrac{1}{2}(i - \varepsilon)\,,$$

und die Beleuchtungsgesetze sind dann

$$q = k\,\varphi\left(\frac{i+\varepsilon}{2}\right) f\left(\frac{i-\varepsilon}{2}\right)$$

oder

$$q = k\,\varphi\left(\frac{i-\varepsilon}{2}\right) f\left(\frac{i+\varepsilon}{2}\right).$$

Von praktischer Bedeutung können diese Betrachtungen wohl nur in Ausnahmefällen werden, da die Bouguersche Ansicht längst aufgegeben ist, zugunsten der Übertragung der Lommelschen Lichtaussendungstheorie auf die zerstreute Reflexion. Der überzeugendste Beweis dafür, daß die Bouguersche Annahme im allgemeinen nicht zutreffend sein kann, ist durch Färbung des zerstreut reflektierten Lichts gegeben, die nicht durch Spiegelung, sondern nur durch Absorption gedeutet werden kann. Übrigens hat Seeliger auch darauf aufmerksam gemacht, daß das wohl immer noch die beste Annäherung darstellende Lambertsche Cosinusgesetz sich nicht aus den obigen Formeln ableiten läßt.

Die Lommelsche Theorie[1]).

Das Licht dringe in die Oberfläche eines zerstreut reflektierenden Körpers ein und möge senkrecht zur Fläche dw eines Volumenelements $dw\,d\varrho = dv$ einfallen, dann sei $l\,dw\,d\varrho$ die

[1]) E. Lommel, Die Photometrie der diffusen Zurückwerfung. Sitzungsbericht d. Münch. Akad. 1887.

Lichtmenge, welche von dem Volumenelement nach allen Richtungen hin zerstreut wird. Die Größe l wird das Diffusionsvermögen des Körpers genannt, sie ist unabhängig von der Farbe des einfallenden Lichts und wird nur bedingt durch den Grad der Trübung, so daß in einem vollkommen klaren Körper $l = 0$ ist. Die hierdurch entstehende Schwächung des Lichts befolgt das Absorptionsgesetz. Eine weitere Schwächung des Lichts tritt aber auch noch durch die eigentliche Absorption ein, sowohl beim Durchgange durch die diffundierenden Körperteilchen als auch durch das klar durchsichtige Zwischenmittel. Dieser Lichtverlust sei ausgedrückt durch $k\,dw\,d\varrho$, wo nun k eine Funktion der Wellenlänge ist.

Da das Volumenelement nicht, wie bis jetzt angenommen, die Form eines geraden Prismas zu besitzen braucht, wenn es auch schließlich in Formen dieser Art zerlegt werden kann, so sind die beiden Lichtverluste ganz allgemein auszudrücken durch $k\,dv$ und $l\,dv$.

Es wird nun angenommen, daß die Lichtmenge $l\,dv$ nach allen Richtungen hin gleichförmig ausgestrahlt wird, so daß die Oberfläche 4π einer Kugel, welche mit dem Radius 1 um das Volumenelement beschrieben ist, gleichförmig beleuchtet wird; die auf die Flächeneinheit dieser Kugel auffallende Lichtmenge ist also $\frac{1}{4\pi}\,dv$.

Es läßt sich nun die Lichtmenge bestimmen, welche eine unendlich dünne lichtstrahlende planparallele Schicht, deren Leuchtkraft für die Einheit des Volumens F beträgt, nach einem Volumenelement dv sendet, welches ebenso wie jene Schicht selbst in ein Mittel, dessen Absorptionsvermögen k und dessen Diffusionsvermögen 1 ist, eingebettet liegt. ϱ sei der Abstand der Schicht von dv, $d\varrho$ ihre Dicke. Sie werde durch eine Schar gerader Kreiskegel, die dv als gemeinschaftliche Spitze und ϱ als gemeinschaftliche Achse haben, in schmale Elementarringe geteilt, dann ist, wenn α den halben Öffnungswinkel eines beliebigen dieser Kegel bezeichnet, der Rauminhalt eines solchen Ringes

$$2\pi\varrho^2 \operatorname{tg}\alpha \sec^2\alpha\, d\alpha\, d\varrho .$$

Dieser Ring sendet nach dv die Lichtmenge

$$dv\frac{F}{4\pi}\cdot\frac{2\pi\varrho^2\operatorname{tg}\alpha\sec^2\alpha\,d\alpha\,d\varrho}{\varrho^2\sec^2\alpha}e^{-(k+l)\varrho\sec\alpha}.$$

Der Ausdruck vereinfacht sich, wenn noch $k+l=m$ gesetzt wird, in

$$\tfrac{1}{2}F\,dv\,d\varrho\,d\alpha\operatorname{tg}\alpha\,e^{-m\varrho\sec\alpha}.$$

Um die gesamte Lichtmenge zu erhalten, welche von der unbegrenzten Schicht nach dv gestrahlt wird, ist der obige Ausdruck nach α von $\alpha=0$ bis $\frac{1}{2}\pi$ zu integrieren.

Setzt man $\varrho\sec\alpha=x$, folglich $\operatorname{tg}\alpha\,d\alpha=\frac{dx}{x}$, so wird

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^{-m\varrho\sec\alpha}\operatorname{tg}\alpha\,d\alpha=\int_\varrho^\infty\frac{e^{-mx}}{x}dx=-li\,e^{-m\varrho},$$

wo

$$li\,e^{-m\varrho}=C+\log m\varrho-m\varrho+\frac{1}{2}\frac{(m\varrho)^2}{2!}-\frac{1}{3}\frac{(m\varrho)^3}{3!}+\dots$$

der sogenannte Integrallogarithmus und

$$C=0{,}5\,772\,157$$

die Konstante des Integrallogarithmus ist.

Die von der Schicht nach dv ausgestrahlte Gesamtmenge Licht ist demnach

$$-\tfrac{1}{2}F\,dv\,d\varrho\,li\,e^{-m\varrho}.$$

Gehört nun diese Schicht $d\varrho$ einem durch Diffusion leuchtenden Körper an und liegt sie in der Tiefe r' parallel unter der gleichmäßig beleuchteten ebenen Oberfläche des Körpers, so ist F offenbar eine Funktion von r', $F(r')$. Befindet sich das Volumenelement dv in der Tiefe r unter der Oberfläche, so ist $\varrho=r-r'$ und $d\varrho=-dr'$, und man hat, um die Lichtmenge zu finden, welche das Volumenelement von den darüberliegenden Schichten erhält, das Integral

$$-\tfrac{1}{2}dv\int_0^r F(r')\,li\,e^{-m(r-r')}\,dr'$$

zu bilden. Für die Schichten unterhalb dv ist

$$\varrho = r' - r; \qquad d\varrho = dr',$$

und das Integral

$$-\tfrac{1}{2} dv \int_r^R F(r') \, l \, i e^{-m(r'-r)} dr'$$

gibt die Lichtmenge an, welche das Volumenelement dv von rückwärts erhält, wenn R die Gesamtdicke des als planparallele Platte gedachten beleuchteten Körpers bedeutet. Die Lichtmenge, welche die ganze Platte dem Volumenelement dv zustrahlt, ist demnach die Summe dieser beiden Integrale. Bezeichnet man mit f(r) die Lichtmenge, welche auf diese Weise, also indirekt durch die diffuse Strahlung sämtlicher Teilchen des zerstreuenden Körpers der Volumeneinheit in der Tiefe r zugeführt wird, so ist

$$f(r) = -\tfrac{1}{2} \left(\int_0^r F(r') \, l \, i e^{-m(r-r')} dr' + \int_r^R F(r') \, l \, i e^{-m(r'-r)} dr' \right).$$

Die Lichtmenge F(r'), welche die Volumeneinheit in der Tiefe r' nach allen Seiten ausstrahlt, besteht aber außer der eben berechneten noch aus der unmittelbar einfallenden Strahlung. Bezeichnet man daher die der Volumeneinheit an der Oberfläche durch ein paralleles Strahlenbündel aus irgend einer Richtung zugeführte und in den Körper eindringende Lichtmenge mit a und den inneren Einfallswinkel mit i, so ist

$$F(r') = l \left(a e^{-\frac{m r'}{\cos i}} + f(r') \right).$$

Es ergibt sich demnach die Gleichung

$$f(r) = -\tfrac{1}{2} l \left(\int_0^r \left(a e^{-\frac{m r'}{\cos i}} + f(r') \right) l \, i e^{-m(r-r')} dr' + \int_r^R \left(a e^{-\frac{m r'}{\cos i}} + f(r') \right) l \, i e^{-m(r'-r)} dr' \right),$$

aus welcher die unbekannte Funktion f(r) zu bestimmen ist.

Zu diesem Zwecke wird f(r) in eine Summe von unendlich vielen Gliedern zerlegt:

$$f(r) = f_1(r) + f_2(r) + f_3(r) + \ldots,$$

wo der erste Anteil $f_1(r)$ von der erstmaligen diffusen Reflexion, die folgenden Anteile dagegen von den indirekten Reflexionen immer höherer Ordnungen abhängen.

Als allgemeiner Ausdruck für $f_1(r)$ ergibt sich

$$f_1(r) = a\cos i\frac{1}{2m}\left(e^{-\frac{mr}{\cos i}}\operatorname{li} e^{\frac{1-\cos i}{\cos i}mr} - e^{-\frac{mr}{\cos i}}\operatorname{li} e^{-\frac{1+\cos i}{\cos i}m(R-r)}\right.$$
$$\left. + e^{-\frac{mr}{\cos i}}\log\frac{1+\cos i}{1-\cos i} - \operatorname{li} e^{-mr} + e^{-\frac{mR}{\cos i}}\operatorname{li} e^{-m(R-r)}\right).$$

Hieraus folgt für die Oberfläche ($r = o$):

$$f_1(o) = a\cos i\frac{1}{2m}\left(\log\frac{1+\cos i}{\cos i} + e^{-\frac{mR}{\cos i}}\operatorname{li} e^{-mR} - \operatorname{li} e^{-\frac{1+\cos i}{\cos i}mR}\right)$$

und für die Rückseite ($r = R$)

$$f_1(R) = a\cos i\frac{1}{2m}\left(e^{-\frac{mR}{\cos i}}\operatorname{li} e^{\frac{1-\cos i}{\cos i}mR} - e^{-\frac{mR}{\cos i}}\log\frac{1-\cos i}{\cos i} - \operatorname{li} e^{-mR}\right).$$

Ist mR so groß, daß e^{-mR} verschwindend klein wird, d. h. dringt die Strahlung in der als sehr undurchlässig zu betrachtenden Platte nicht bis zur Rückseite ein, so ist auch $f_1(R)$ verschwindend klein und für die Oberfläche folgt:

$$f_1(o) = a\cos i\frac{1}{2m}\log\frac{1+\cos i}{\cos i}.$$

Man kann in diesem Falle R auch als unendlich groß annehmen und hat alsdann

$$f_1(r) = a\cos i\frac{1}{2m}\left(e^{-\frac{mr}{\cos i}}\operatorname{li} e^{\frac{1-\cos i}{\cos i}mr} + e^{-\frac{mr}{\cos i}}\log\frac{1+\cos i}{1-\cos i} - \operatorname{li} e^{-mr}\right).$$

Für senkrecht einfallendes Licht ($i = o$) erhält man

$$f_1(r) = a\frac{1}{2m}\left[e^{-mr}(C + \log 2mr) - \operatorname{li} e^{-mr}\right].$$

Die Ermittelung der Reflexionen höherer Ordnung $f_2, f_3 \ldots$

ist nicht möglich, da die betreffenden Integrale sich nicht auf bekannte Funktionen zurückführen lassen.

Die für die zerstreute Reflexion so äußerst wichtige Funktion f(r) läßt sich ebenfalls nicht in geschlossener Form darstellen; doch ist es Lommel gelungen, eine Funktion f'(r) zu finden, welche im allgemeinen die Eigenschaften der Funktion f(r) besitzt. Bezeichnet man nämlich den Ausdruck

$$\frac{1}{2m}[2 - e^{-mr} - mr\,li\,e^{-mr} - e^{-m(R-r)} - m(R-r)\,li\,e^{-m(R-r)}]$$

mit

$$\frac{1}{2m}\varphi(r),$$

so ist die Funktion

$$f'(r) = \frac{f_1(r)}{1 - \frac{1}{2m}\varphi(r)}.$$

Ein in der Tiefe r unter der Oberfläche befindliches Volumenelement $d\omega\,dr$ sendet nun unter dem inneren Emanationswinkel ε nach dem Element $d\omega$ der Oberfläche die Lichtmenge

$$\frac{1}{4\pi}F(r)\,e^{-\frac{mr}{\cos\varepsilon}}d\omega\,dr.$$

Die gesamte aus der ganzen Tiefe der Platte unter diesem Winkel an die Oberfläche $d\omega$ gelangende und daselbst ausstrahlende Lichtmenge beträgt daher:

$$L = \frac{d\omega}{4\pi}\int_0^R F(r)\,e^{-\frac{mr}{\cos\varepsilon}}dr$$

oder

$$L = \frac{d\omega}{4\pi}1\int_0^R \left(a\,e^{-\frac{mr}{\cos i}} + f(r)\right)e^{-\frac{mr}{\cos\varepsilon}}dr.$$

Durch Einführung der nahe richtigen Funktion f'(r) erhält man schließlich als Inzidenz- und Emanationsgesetz für eine

von f, soweit sie von dF sichtbar ist, zu integrieren, und um die Gesamtlichtmenge zu haben, welche von f auf F fällt, hat man über alle dF zu integrieren, auf die von f aus überhaupt Licht fallen kann. Es ist demnach

$$L = J\iint df\, dF \frac{\cos i \cos \varepsilon}{r^2},$$

wobei man sich die Integrale gehörig begrenzt zu denken hat.

Wäre F der leuchtende Körper mit der Leuchtkraft J_1, so erhält man genau denselben Ausdruck, nur mit J_1 statt J, so daß

$$\frac{L}{L_1} = \frac{J}{J_1}$$

ist. Leuchten beide Flächen gleichzeitig, so resultiert der Satz: Die Lichtmengen, welche zwei leuchtende Flächen einander zusenden, sind den Leuchtkräften proportional. Voraussetzung ist hierbei, daß die Leuchtkraft für jeden Körper auf der ganzen Oberfläche dieselbe ist.

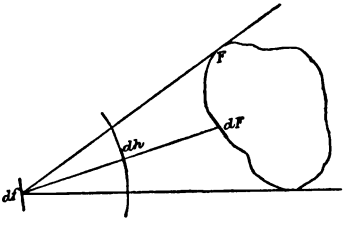


Abb. 9.

Durch Einführung des Begriffs der scheinbaren Größe, eine Fläche im Winkelmaß ausgedrückt, oder besser durch die Zentralprojektion einer Fläche auf eine Kugelfläche, läßt sich der vorstehende Satz noch einfacher ableiten.

Von der beliebigen Fläche F (Abb. 9) werde das Flächenelement df beleuchtet. Von letzterem aus zieht man den umhüllenden Kegel, welcher also alles von der Fläche F umschließt, was Licht nach df senden kann. Aus einer mit dem Radius 1 aus df geschlagenen Kugelfläche schneidet der umhüllende Kegel ein Stück heraus, die scheinbare Fläche von F. Die Lichtmenge dL, welche von dF auf df fällt, ist $dL = \frac{J\, dF\, df \cos i \cos \varepsilon}{r^2}$. Besäße nun das auf der Hilfskugel in der Verbindungslinie df bis dF liegende Flächenelement dh dieselbe Leuchtkraft wie dF, so würde es nach df die Licht-

menge $dL' = J\,dh\,df\cos i$ senden. Nun ist aber $dh = \frac{dF\cos\varepsilon}{r^2}$ also ist $dL = dL'$, d. h. von dh gelangt dieselbe Lichtmenge auf df wie von dF.

Durch die Integration über die ganze im einhüllenden Kegel befindliche Fläche F wird hieran nichts geändert. Man kann also die beliebige Fläche F stets durch ihre scheinbare Größe oder durch ihre Zentralprojektion ersetzen.

Für den Fall[1]), daß die Fläche F eine Mittelpunktsfläche ist, läßt sich hiernach ein weiterer, sehr wichtiger Hilfssatz beweisen. Bezeichnet man mit z (Zenitdistanz) den Winkel, welchen die Senkrechte auf df mit der Verbindungslinie von df mit dem Mittelpunkt der Fläche bildet, das in der Verbindungslinie von df mit dF auf der Hilfskugel liegende scheinbare Flächenelement mit dh und den Winkel zwischen dieser Verbindungslinie und der Mittellinie mit ϑ und die Entfernung von dF vom Mittelpunkt mit s, so ist

$$dL' = J\,df\,dh\cos i\,,$$

wo

$$\cos i = \cos z\cos s + \sin z\sin s\cos\vartheta$$

ist, also

$$dL' = J\,df\cos z\cos s\,dh + J\,df\sin z\sin\vartheta\,dh\,.$$

Bei einer Mittelpunktsfläche entspricht aber jedem dF ein zweites, bei welchem s denselben Wert hat, während statt ϑ $\vartheta + \pi$ zu setzen ist. Bei der Integration fällt also das 2. Glied des obigen Ausdrucks für dL' fort, und es resultiert

$$L' = J\,df\cos z\int\cos s\,dh\,.$$

Der konstante $\cos z$ verschwindet also unter dem Integralzeichen, d. h. bei der Beleuchtung eines Flächenelements durch eine beliebige Mittelpunktsfläche braucht man die Rechnung nur für den Fall durchzuführen, daß sich die Mittelpunktsfläche senkrecht über dem Flächenelement befindet; die anderen Fälle ergeben sich hieraus durch einfache Hinzufügung des Faktors $\cos z$.

[1]) Lamberts Photometrie. Deutsch von Anding. Anmerkung zu 140.

beliebig dicke Schicht eines durch diffuse Reflexion strahlenden Körpers den Ausdruck:

$$L = \frac{d\omega}{4\pi} a \frac{1}{2m} \cdot \frac{2\cos i \cos\varepsilon}{\cos i + \cos\varepsilon} \left(1 - e^{-\frac{\cos i + \cos\varepsilon}{\cos i \cos\varepsilon} mR}\right)$$

$$+ \frac{d\omega}{4\pi} a \frac{\left(\frac{1}{2m}\right)^2}{1 - \frac{1}{2m}\varphi(\vartheta R)} \cdot \frac{2\cos i \cos\varepsilon}{\cos i + \cos\varepsilon}$$

$$\cdot \Big\{ (\cos i + \cos\varepsilon) \left(e^{-\frac{mR}{\cos i}} + e^{-\frac{mR}{\cos i}}\right) 1ie^{-mR}$$

$$+ e^{-\frac{\cos i + \cos\varepsilon}{\cos i \cos\varepsilon} mR} \Big[\cos i \left(\log \frac{1 - \cos i}{\cos i} - 1ie^{\frac{1-\cos i}{\cos i} mR}\right)$$

$$+ \cos\varepsilon \left(\log \frac{1 - \cos\varepsilon}{\cos\varepsilon} - 1ie^{\frac{1-\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon} mR}\right) \Big]$$

$$+ \cos i \left(\log \frac{1 + \cos i}{\cos i} - 1ie^{-\frac{1+\cos i}{\cos i} mR}\right)$$

$$+ \cos\varepsilon \left(\log \frac{1 + \cos\varepsilon}{\cos\varepsilon} - 1ie^{-\frac{1+\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon} mR}\right) \Big\}.$$

Hierin bedeutet ϑ einen Bruch, der zwischen o und $\frac{1}{2}$ liegt.

Dieser ungemein komplizierte Ausdruck vereinfacht sich für den in der Praxis wohl hauptsächlich vorkommenden Fall, daß der Körper sehr undurchsichtig, also e^{-mR} verschwindend klein ist, in den folgenden

$$L = \frac{d\omega}{4\pi} a \frac{1}{2m}$$

$$\cdot \frac{2\cos i \cos\varepsilon}{\cos i + \cos\varepsilon} \left(1 + \frac{\frac{1}{2m}}{1 - \frac{1}{2m}\varphi} \left[\cos i \log \frac{1 + \cos i}{\cos i} + \cos\varepsilon \log \frac{1 + \cos\varepsilon}{\cos\varepsilon}\right]\right),$$

wo φ eine noch zu bestimmende Konstante bedeutet, deren Wert zwischen 1 und 2 liegt. Diese Formel, welche außer von i und ε nur noch von dem Verhältnis des Absorptions- zum Diffusionsvermögen abhängt, hat demnach für undurchsichtige, diffus reflektierende Körper als neues Emanationsgesetz an Stelle des einfachen Lambertschen Cosinusgesetzes zu treten.

Die immerhin große Komplikation des Lommelschen Emanationsgesetzes macht dasselbe wenig geeignet für die praktische Verwertung.

Zu einem sehr viel einfacheren Ausdruck kommt Seeliger[1]) durch Ausdehnung der von Lommel für selbstleuchtende Körper gegebenen Betrachtungen auf die zerstreute Reflexion (S. 148), wobei er selbst darauf aufmerksam macht, daß diese einfachen Annahmen schwerlich die in Wirklichkeit sehr komplizierten Verhältnisse darstellen werden.

Folgendes sind die Darlegungen Seeligers: Betrachten wir zunächst ein selbstleuchtendes Oberflächenelement $d\sigma$. Zu der Lichtmenge, welche dieses Element in der Richtung des Emanationswinkels ε auszustrahlen scheint, liefern alle Massenpunkte Beiträge, welche innerhalb eines schiefen Zylinders mit der Höhe h, dessen Basis $d\sigma$ ist und dessen erzeugende Geraden die Richtung ε haben. Die Höhe h bestimmt sich dadurch, daß die aus dieser Entfernung von der Oberfläche nach außen gesandten Strahlen gerade durch die Absorption vernichtet werden, also aus größerer Tiefe keine Strahlen von bemerkbarer Intensität mehr nach außen gelangen. Ist aber $x_1 = \frac{h}{\cos\varepsilon}$, so wird x_1 den Weg ausdrücken, welchen die Strahlen innerhalb der glühenden Substanz zu durchlaufen haben, und dieses x_1 wird also konstant für alle Richtungen sein, so daß die nach der Absorption übrigbleibende Lichtmenge

$$\gamma_1 e^{-\mu x}$$

für $x \geqq x_1$ unmerklich wird. μ wird hierbei als der Absorptionskoeffizient der betreffenden Substanz zu bezeichnen und als konstant zu betrachten sein. Die Lichtmenge, welche $d\sigma$ einem Element df bei senkrechter Inzidenz zusendet, wird

$$Q = \gamma_1 d\sigma df \int_0^{x_1} e^{-\mu x} dx \cos\varepsilon = \gamma \cos\varepsilon d\sigma df,$$

wo γ eine neue Konstante bedeutet.

[1]) Bemerkungen zu Zöllners Photometrischen Untersuchungen. V. J. S. der Astr. Gesellsch. Band 21.

Es ist dies das Lambertsche Cosinusgesetz nach der Lommelschen Ableitung (S. 198). Behält man genau dieselbe Betrachtungsweise bei für die Ableitung der Lichtmenge, welche ein unter dem Inzidenzwinkel i beleuchtetes Element $d\sigma$ einem anderen Element df zustrahlt, und bezeichnen μ und μ_1 die Absorptionskoeffizienten für die ausgesandten resp. die einfallenden Lichtstrahlen, so findet man

$$Q = \gamma_1 d\sigma df \int_0^{x_1} e^{-\left(\mu+\mu_1\frac{\cos\varepsilon}{\cos i}\right)x} dx \cos\varepsilon = \gamma\, d\sigma\, df \frac{\cos i \cos\varepsilon}{\mu\cos i + \mu_1 \cos\varepsilon}.$$

Es ist dies das sogenannte Lommel-Seeligersche Beleuchtungsgesetz.

Führt man noch das Verhältnis von μ zu μ_1 als k ein und setzt $\frac{\gamma}{\mu_1} = \gamma'$, so resultiert

$$Q = \gamma' d\sigma df \frac{\cos i \cos\varepsilon}{k\cos i + \cos\varepsilon}.$$

Weder das einfache Lambertsche noch das Lommel-Seeligersche Gesetz stellen die diffuse Reflexion in Wirklichkeit dar, und es ist dies auch nicht möglich, da bei den natürlichen Körpern stets Spiegelungen vorhanden sind, die bewirken, daß in gewissen Richtungen mehr Licht reflektiert wird, als nach einem wahren Reflexionsgesetz der Fall sein dürfte. In neuerer Zeit scheint es nun gelungen zu sein, durch starkes Zusammenpressen pulverisierter Materialien Platten herzustellen, die keine Spur einer Spiegelung ergeben. Die Beobachtungen an diesen Platten zeigen auffallenderweise eine bessere Übereinstimmung mit dem einfachen Lambertschen Cosinusgesetz, als mit dem Lommel-Seeligerschen. Zu einem bestimmten theoretischen Abschluß ist man auf diesem schwierigen Gebiet jedenfalls noch nicht gekommen.

Albedo.

Von Lambert ist der Begriff der Albedo oder Weiße eines diffus reflektierenden Körpers eingeführt worden. Er versteht darunter diejenige Lichtmenge, welche von einer senkrecht beleuchteten ebenen Fläche nach allen Richtungen hin zurück-

geworfen wird, im Verhältnis zur auffallenden Lichtmenge selbst. Die Albedo kann also niemals größer als 1 sein.

Lommel hat für sein kompliziertes Reflexionsgesetz ebenfalls den Ausdruck der Albedo ermittelt, indem er die Lichtmenge (M) berechnet, welche bei senkrechter Inzidenz von dem Oberflächenelement $d\omega$ nach allen Seiten hin ausgestrahlt und von einer Halbkugel aufgefangen wird, welche mit dem Radius 1 von $d\omega$ aus beschrieben ist. Sie ergibt sich, wenn der Ausdruck für L mit $2\pi \sin\varepsilon\, d\varepsilon$ multipliziert und nach ε von 0 bis $\frac{1}{2}\pi$ integriert wird.

Es ist

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon} \sin\varepsilon\, d\varepsilon = 1 - \log 2\,,$$

ferner

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\varepsilon}{1+\cos\varepsilon} \sin\varepsilon \log\frac{1+\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon}\, d\varepsilon = \int_0^1 \frac{x^2}{1+x} \log\frac{1+x}{x}\, dx$$

$$= \int_0^1 \left(x - 1 + \frac{1}{1+x}\right)[\log(1+x) - \log x]\, dx$$

$$= \int_0^1 (x-1)\,[\log(1+x) - \log x]\, dx + \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x}\, dx - \int_0^1 \frac{\log x}{1+x}\, dx\,.$$

Nun ist

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1+x}\, dx = -\frac{\pi^2}{12}\,,$$

also schließlich

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\varepsilon}{1+\cos\varepsilon} \sin\varepsilon \log\frac{1+\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon}\, d\varepsilon = \frac{1}{2} - 2\log 2 + \frac{1}{2}(\log 2)^2 + \frac{\pi^2}{12}\,.$$

Setzt man diese Werte in das Integral

$$M = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \sin\varepsilon\, d\varepsilon$$

ein, so erhält man

$$\frac{M}{a\,d\,\omega} = A_0 = \frac{1}{2m}(1 - \log 2) + \frac{\left(\frac{1}{2m}\right)^2}{1 - \frac{1}{2m}\varphi}\left[1 + \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2}(1 + \log 2)^2\right]$$

als Ausdruck für die Albedo.

φ ist eine absolute Konstante, so daß die Albedo nur von $\frac{1}{2m}$ abhängt; $\frac{1}{2m}$ ist aber $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{k}{e} + 1}$, die Albedo hängt also nur von dem Verhältnis $\frac{k}{e}$ des Absorptions- zum Diffusionsvermögen ab.

Bei einem absolut weißen Körper findet keine Absorption statt; es ist $k = 0$, also $\frac{1}{2m} = \frac{1}{2}$ und seine Albedo ist 1. Setzt man daher in der obigen Gleichung $\frac{1}{2m} = \frac{1}{2}$, so muß aus ihr die absolute Albedo $A_0 = 1$ hervorgehen, und es läßt sich die Konstante φ berechnen.

Aus

$$1 = \frac{1}{2}(1 - \log 2) + \frac{1}{4 - 2\varphi}\left[1 + \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2}(1 + \log 2)^2\right]$$

ergibt sich

$$\varphi = 1{,}77\,020\,,$$

welcher Wert nun auch in die frühere Gleichung für L einzusetzen ist.

Um einen allgemein gültigen Ausdruck für die Albedo zu haben, muß hierfür nach Seeliger eine Zahl definiert werden, welche unabhängig von der Form der Oberfläche ist, deren Beleuchtung studiert wird.

Ein Flächenelement $d\sigma$ möge bei senkrechter Beleuchtung von einem leuchtenden Punkt in der Entfernung 1 die Lichtmenge L erhalten, dann bekommt es bei dem Inzidenzwinkel i die Lichtmenge $L \cos i$, da ein beliebiges Beleuchtungsgesetz so interpretiert werden kann, als ob nach demselben nur die Oberflächenelemente Licht empfangen und wieder abgeben.

In der Richtung des Emanationswinkels ε möge die Lichtmenge

$$\gamma \, d\sigma \, L \, f(i, \varepsilon)$$

ausgestrahlt werden, und alle Elemente einer mit dem Radius 1 um $d\sigma$ geschlagenen Halbkugel erhalten Licht nach Maßgabe dieser Formel. Die gesamte Halbkugel erhält also die Lichtmenge

$$2\pi \, d\sigma \, \gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} L \, f(i, \varepsilon) \sin\varepsilon \, d\varepsilon \, .$$

Das Verhältnis der gesamten von $d\sigma$ ausgestrahlten und empfangenen Lichtmenge, oder also der neue Begriff der Albedo wäre darnach

$$\mu' = 2\pi\gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(i, \varepsilon)}{\cos i} \sin\varepsilon \, d\varepsilon \, .$$

Diese Definition wäre aber bei beliebigem $f(i, \varepsilon)$ nicht zweckentsprechend, weil aus ihr sich Werte von μ' ergäben, die noch von i abhängen. Es erscheint daher zweckmäßig, den Mittelwert sämtlicher vorkommenden μ' als Albedo μ zu bezeichnen. Da die Lichtquelle jeden Ort auf einer um $d\sigma$ geschlagenen Halbkugel einnehmen kann, so folgt hieraus:

$$\mu = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mu' \sin i \, di = 2\pi\gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} i \, di \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(i, \varepsilon) \sin\varepsilon \, d\varepsilon \, .$$

Um hiernach die Albedo für ein bestimmtes Beleuchtungsgesetz zu finden, hat man dieses Gesetz für $f(i, \varepsilon)$ in die vorstehende Formel einzusetzen.

Für das Lambertsche Gesetz ist $f(i, \varepsilon) = \cos i \cos\varepsilon$, und es wird $\mu = \gamma\pi$. Das Element $d\sigma$ strahlt daher in der Richtung ε auf ein senkrecht dazu gelegenes Element df die Lichtmenge:

$$L \frac{\mu}{\pi} \, d\sigma \, df \cos i \cos\varepsilon \, ,$$

das Lambertsche Beleuchtungsgesetz nach Einführung der Albedo.

Für das Seeligersche Beleuchtungsgesetz

$$f(i,\varepsilon) = \frac{\cos i \cos\varepsilon}{\cos\varepsilon + k\cos i}$$

wird

$$\mu = 2\pi\gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varepsilon \sin\varepsilon \, d\varepsilon \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin i \, di}{\cos\varepsilon + k\cos i}$$

oder

$$\mu = \pi\gamma \left\{ 1 + k\log k + \frac{1-k^2}{k}\log(1+k) \right\}.$$

II. KAPITEL.

Speziellere Theorien der Astrophotometrie.

Die Extinktion.

Die Lichtstrahlen, welche, von den Gestirnen kommend, unsere Atmosphäre zu passieren haben, werden bei dem Durchgang durch dieselbe in sehr komplizierter Weise modifiziert, und zwar in Abhängigkeit von der Wellenlänge und von der Weglänge durch die Atmosphäre. Es sind hierbei drei Arten von Abschwächungen des Lichts zu unterscheiden.

1. Die selektive Absorption. Dieselbe wird durch die, die Atmosphäre zusammensetzenden Gase verursacht, und zwar hauptsächlich durch Kohlensäure, Wasserdampf und Ozon, während die Hauptbestandteile, Stickstoff und Sauerstoff, verhältnismäßig geringe selektive Absorption ausüben, letzterer speziell in den bekannten Bändern A und B des Sonnenspektrums. Wie der Name andeutet, beschränkt sich diese Art der Absorption auf verhältnismäßig eng begrenzte Strahlungsgebiete, häufig nur feine scharfe Linien im Spektrum erzeugend, teilweise aber auch breite Bänder liefernd, die, wie bei der Kohlensäure im Ultrarot, ein größeres Wellenlängen-

gebiet umfassen, als das ganze sichtbare Spektrum einnimmt. Wahrscheinlich setzen sich diese Bänder aber ebenfalls aus scharfen Einzellinien zusammen. Charakteristisch für diese Absorptionen ist der Umstand, daß sie auch bei geringen Gasmengen schon sehr stark sind, also schon in den obersten Schichten der Atmosphäre fast völlige Auslöschung der Strahlung bedingen. Bei dem in stark wechselnder Menge in der Luft vorhandenen Wasserdampf finden aber doch noch sehr merkliche Absorptionszunahmen bei Vergrößerung der Schichtendicke statt. Die Absorptionsgebiete der erwähnten Gase, mit Ausnahme des Ozons, liegen wesentlich im Ultrarot und erstrecken sich nicht über das Grün hinüber; bei Ozon befinden sie sich aber im Ultraviolett.

2. Über die allgemeine Absorption ist nur wenig bekannt; man schrieb ihr früher den Hauptstrahlungsverlust zu, der mit den kleineren Wellenlängen immer stärker wächst. Dieser Strahlungsverlust aber scheint hauptsächlich auf die Reflexion und Diffraktion an den Gasmolekülen zurückzuführen zu sein.

3. Lord Rayleigh (siehe S. 171f.) hat gezeigt, daß bei der Molekulardiffraktion der log. des Betrages der zerstreuten Strahlung mit der 4. Potenz der abnehmenden Wellenlänge zunimmt, wodurch einerseits die blaue Färbung des Himmels, andrerseits der nach Violett zu immer stärker werdende Strahlungsverlust entsteht. Die Abhängigkeit dieses Verlustes mit der Weglänge in der Atmosphäre verläuft in gleicher Weise wie die Absorption, so daß durch Beobachtungen eine Trennung der beiden Faktoren 2 und 3 nicht möglich ist. Von stets wechselndem Betrage ist der Strahlungsverlust durch Reflexion an den kleinen Wasser- und Staubteilchen in der Atmosphäre. Hierbei ist die Stärke der Reflexion nicht von der 4. Potenz der Wellenlänge abhängig, sondern von einer um so niedrigeren, je größer diese Teilchen sind; das reflektierte Licht ist dann nicht mehr blauviolett, sondern weißlich und mischt sich dem durch die Molekularrefraktion entstandenen Himmelblau hinzu. Je nach dem Betrage der Wasserdampfkondensation kann der Strahlungsverlust sehr groß werden (bei dunstiger Luft).

Nach dem kurz Auseinandergesetzten ist die selektive Absorption also wesentlich nur als ein konstanter Betrag in Rechnung zu ziehen, während die eigentliche Extinktion durch allgemeine Absorption und Reflexion und Molekulardiffraktion als Funktion der Weglänge in der Atmosphäre darstellbar ist. Von den verschiedenen Extinktionstheorien ist diejenige von Laplace als die beste zu betrachten, da sie in direktem Zusammenhang mit der Theorie der astronomischen Strahlenbrechung steht. Hier möge die von Seeliger[1]) gegebene Ableitung angeführt werden.

Der Brechungsexponent der Atmosphäre an der Oberfläche der Erde mit dem Radius a sei μ_0, derjenige in der Entfernung r vom Zentrum sei μ. $d\zeta$ sei das Element der Refraktion im Sinne: scheinbare Zenitdistanz weniger wahre. i sei der Winkel zwischen der nach außen gerichteten Tangente an die Refraktionskurve und r, z die scheinbare Zenitdistanz des Gestirns, ds ein Längenelement der Refraktionskurve, dann bestehen folgende Grundgleichungen der Refraktionstheorie:

$$(1) \qquad \begin{cases} \mu r \sin i = \mu_0 a \sin z \\ ds = \dfrac{dr}{\cos i} \\ d\zeta = \dfrac{-d\mu \operatorname{tg} i}{\mu}. \end{cases}$$

Setzt man $\mu^2 - 1 = c\varrho$[2]), wo c eine Konstante und ϱ die Dichtigkeit der Luft ist, so hat man

$$d\zeta = -\frac{c}{2\mu^2} \operatorname{tg} i \, d\varrho .$$

Man setzt nun den Absorptionskoeffizienten der Luftmasse proportional, welche den Lichtstrahl trifft, eine Annahme übrigens, die im allgemeinen nur genähert richtig sein

[1]) Sitzungsber. der K. Bayer. Akad. d. Wiss. XXI.

[2]) Es folgt dies aus der Emanationstheorie des Lichts, während nach der Vibrationstheorie eher $\mu - 1 = c\varrho$ zu erwarten wäre, worauf Maurer eine besondere Extinktionstheorie gegründet hat. Eine definitive Entscheidung liegt aber noch nicht vor.

kann. Für die Intensität des beobachteten Lichts ist also zu setzen

$$\frac{dJ}{J} = -Q\varrho\,ds\,,$$

oder nach (1)

$$\frac{dJ}{J} = \frac{2Q\mu^3}{c\mu_0 a \sin z}\varrho\frac{d\zeta}{d\varrho}r\,dr\,. \tag{2}$$

Bezeichnet man mit ϱ_0 die Dichtigkeit der Luft an der Erdoberfläche und mit β eine empirisch zu bestimmende Konstante, so ist nach der Besselschen Refraktionstheorie

$$\varrho = \varrho_0 e^{-\beta\frac{r-a}{r}}\,.$$

Hieraus folgt

$$\varrho\frac{dr}{d\varrho} = -\frac{r^2}{\beta a}\,.$$

Dadurch geht (2) über in

$$\frac{dJ}{J} = -\frac{2Qa}{c\mu_0\beta}\left(\frac{\mu r}{a}\right)^3\frac{d\zeta}{\sin z}\,.$$

Bei den meisten Refraktionstheorien wird nun der Faktor $\left(\frac{\mu r}{a}\right)^3$ fortgelassen, da er nur dann von 1 merklich abweicht, wenn $d\zeta$ sehr klein ist. Bedeutet H eine Konstante, so wird

$$\frac{dJ}{J} = -\frac{H}{\sin z}d\zeta$$

oder nach der Integration

$$\log J = C - \frac{H}{\sin z}\zeta\,. \tag{3}$$

In den Refraktionstafeln wird die Refraktion ζ in der Form gegeben

$$\zeta = \alpha\,\mathrm{tg}\,z\,,$$

wo α mit z selbst veränderlich ist. Bezeichnet man nun mit J_1 die Intensität des Gestirns im Zenit, mit J_0 diejenige außerhalb der Atmosphäre, so ergibt sich aus (3)

$$\begin{cases} \log\frac{J}{J_1} = -H\frac{\alpha - \alpha_0\cos z}{\cos z} \\ \log\frac{J_1}{J_0} = -H\alpha_0\,. \end{cases} \tag{4}$$

Es sind dies die Laplaceschen Ausdrücke zur Berechnung der Extinktion bei beliebiger Zenitdistanz. Nach den bisherigen Messungen ist zu setzen $\frac{J_1}{J_0} = 0{,}837$ als mittlerer Transmissionskoeffizient der Atmosphäre, gültig für das mittlere Licht der Sterne. Die Laplacesche Theorie stellt die Extinktionsbeobachtungen gut dar bis zu Zenitdistanzen von etwa 85°. Bei noch geringerer Höhe über dem Horizont ist die Darstellung nicht mehr befriedigend; die Beobachtungen selbst werden alsdann aber ebenfalls sehr unsicher und schwankend.

Langley[1]) hat darauf aufmerksam gemacht, daß dieser Laplacesche Ausdruck nur gültig sein kann für eine homogene Strahlung, deren $H\alpha_0$ besonders zu ermitteln ist, nicht aber für gemischtes Licht, da für jede Wellenlänge ein besonderer Transmissionskoeffizient zu setzen ist.

Bezeichnet man mit B die Anteile der einzelnen Wellenlängen an der Gesamtintensität des Lichts, mit c die respektiven Transmissionskoeffizienten, mit γ die Weglänge in der Atmosphäre, so ist die auf der Erdoberfläche beobachtete Intensität des Lichtes J_B darstellbar durch

$$J_B = B_1 c_1^{\gamma} + B_2 c_2^{\gamma} + \ldots + B_n c_n^{\gamma} .$$

Die Behandlung dieser allgemeinen Grundgleichung zeigt, daß nach der Laplaceschen Extinktionstheorie die Lichtschwächung für gemischtes Licht etwas zu klein ausfällt. Nach den Untersuchungen von Seeliger ist der Unterschied bei optischen Beobachtungen aber nur ein geringer, da die Intensität des gemischten Lichts ganz wesentlich von dem engeren Spektralbezirk des Gelb abhängt, weil derselbe die größte physiologische Intensität besitzt. Immerhin scheint nach den bisherigen Beobachtungen der Unterschied im richtigen Sinne angedeutet zu sein.

Die Rayleighsche Theorie des Himmelblau.

Lord Rayleigh hat zuerst darauf hingewiesen, daß das Blau des Himmels durch die Reflexion des weißen Sonnenlichts

[1]) American Journ. of Science 28.

an den Luftmolekülen zustande kommt, indem der Exponent der den Lichtverlust darstellenden Funktion der 4. Potenz der Wellenlänge umgekehrt proportional ist, so daß also sieben- bis achtmal mehr blaues und violettes Licht reflektiert wird, als rotes. Es möge hier den Darlegungen Lord Kelvins[1]) über diese Theorie gefolgt werden.

Es werde vorausgesetzt, daß die reflektierenden Partikel sehr klein sind im Verhältnis zur Wellenlänge, also von der Größenordnung der Moleküle, und daß ihre Abstände voneinander groß sind im Verhältnis zu ihrem Durchmesser. λ sei die Wellenlänge des einfallenden homogenen Lichts, T das Volumen jedes Moleküls, D die Dichtigkeit des ungestörten Äthers, D′ die mittlere Dichtigkeit des Äthers innerhalb des Moleküls, n die Zahl der Moleküle im ccm und k der Lichtverlust durch die Reflexion nach allen möglichen Richtungen hin, so leitet Kelvin in Übereinstimmung mit Rayleigh den folgenden Ausdruck ab:

$$(1) \quad k = \frac{8\pi^3 n}{3}\left(\frac{D' - D}{D}\cdot\frac{T}{\lambda^2}\right)^2 = 82{,}67\, n \left(\frac{D' - D}{D}\cdot\frac{T}{\lambda^2}\right)^2 .$$

Der Lichtverlust auf einer Strecke von x cm ist also

$$(2) \qquad 1 - e^{-kx} .$$

Sind für die verschiedenen Moleküle T und D′ nicht dieselben, so ist zu setzen

$$(3) \qquad k = \frac{82{,}67}{\lambda^4}\sum\left[\frac{(D' - D)\,T}{D}\right]^2 ,$$

wo $\sum\left[\frac{(D' - D)\,T}{D}\right]^2$ für alle Moleküle im ccm zu nehmen ist.

Wenn nun die Zahl der Moleküle im Kubus der Wellenlänge sehr groß ist und der größte Durchmesser klein im Verhältnis zu den Abständen der einzelnen Moleküle voneinander, so ist die wirksame Dichtigkeit des zwischen den Molekülen vibrierenden Äthers

$$(4) \qquad D + \Sigma T(D' - D) ,$$

[1]) Baltimore Lectures on Molekular Dynamics. Pag. 302. Zu vergleichen sind auch die Arbeiten von Clausius über die Bläue des Himmels.

und deshalb, falls u und u′ die Lichtgeschwindigkeiten im reinen und im gestörten Äther (durch die Moleküle) bedeuten,

$$u^2 = u'^2 \left[1 + \sum \frac{T(D' - D)}{D} \right]. \tag{5}$$

Ist μ der Brechungsindex des gestörten Äthers — derjenige des reinen Äthers zu 1 angenommen — so folgt

$$\mu = \left[1 + \sum \frac{T(D' - D)}{D} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{6}$$

also

$$\mu^2 - 1 = \sum \frac{T(D' - D)}{D}. \tag{7}$$

Es möge nun für einen Augenblick angenommen werden, daß die Extinktion in der Atmosphäre allein durch die Reflexion an den Molekülen von Stickstoff und Sauerstoff, deren $(D' - D)T$ dasselbe sein soll, verursacht sei. Da der Brechungsindex der Luft für mittleres Licht $\mu - 1 = 0{,}0003$ ist, so würde folgen (mit n anstatt Σ):

$$\frac{n(D' - D)T}{D} = 0{,}0006 .$$

Durch Einsetzung in (1) erhält man als Betrag des Exponentialfaktors bei Durchgang durch 1 cm Luft für die mittlere Wellenlänge

$$k = \frac{29{,}76}{n \lambda^4 \cdot 10^6}. \tag{8}$$

Für die anderen Wellenlängen ändert sich dieser Betrag mit der 4. Potenz der Wellenlänge im angegebenen Sinne, und der beste Beweis dafür, daß dies richtig ist, wird durch den Sonnenauf- und -untergang geliefert, bei dem die Sonne stets rot erscheint. Die Atmosphäre läßt also rotes Licht besser durch als blaues, obgleich die Hauptabsorptionen durch den Wasserdampf gerade im Rot liegen. Die Ursache der Extinktion ist wesentlich die Rayleighsche Molekulardiffraktion und nicht die Absorption. In den tieferen Schichten der Atmosphäre spielt aber zweifellos auch die Reflexion an

gröberen Partikeln, Staub und vor allem Wassertröpfchen, eine große Rolle. Deren Dimensionen sind, wie schon bemerkt, bereits so groß, daß die Rayleighsche Theorie nicht mehr anwendbar ist; die Strahlen der verschiedenen Wellenlängen werden durch sie in nahe gleicher Stärke reflektiert, so daß ein weißlicher Dunst entsteht.

Der weiße Schleier, der an sonnigen Tagen im Sommer häufig jede Fernsicht stört, hat aber wohl noch eine andere Ursache. Infolge der Insolation des Erdbodens steigen unzählige Ströme erwärmter Luft vom Boden auf, die wegen ihres geringeren Brechungsvermögens ebenfalls Licht reflektieren. Wenn dieser Reflexionsbetrag auch in jedem einzelnen Falle sehr gering ist, so kann auf größere Strecken durch die außerordentlich hohe Zahl der reflektierenden Flächen doch ein sehr bedeutender Effekt entstehen.

Durch diese zur reinen Molekulardiffraktion hinzutretenden Reflexionen ist auch ein Widerspruch zu erklären, den die Beobachtungen des polarisierten Lichts gegen die Rayleighsche Theorie liefern. Nach der letzteren müßte nämlich das blaue Licht, welches von einem 90° von der Sonne entfernten Punkt des Himmels kommt, vollständig polarisiert sein in der durch die Sonne gehenden Ebene, was aber in Wirklichkeit nicht genau erfüllt ist. Schon in seiner ersten Abhandlung über die Molekularrefraktion hat Rayleigh[1]) darauf hingewiesen, daß dies durch derartige Reflexionen veranlaßt sei.

Die von einer beleuchteten Kugel (Planet) dem Beobachter zugesandte Lichtmenge.

Von besonderem Interesse in der Astrophotometrie ist die Lösung der Aufgabe, den Einfluß der Phase eines Planeten auf seine Gesamthelligkeit zu ermitteln. Diese Aufgabe ist für ein Rotationsellipsoid in sehr exakter Weise von Seeliger[2]) durchgeführt worden. Infolge der Komplikation der Rechnungen kann aber hier diese Ableitung nicht wiedergegeben werden, und beschränken wir uns daher auf die einfachere

[1]) Collected Papers, Vol. I, pag. 94.
[2]) Abh. der K. Bayer. Akad. d. Wiss. II. Klasse, 16.

und in vielen Fällen ausreichende Annahme der Kugelgestalt[1]), und zwar soll die Ableitung nur für das Lommel-Seeligersche Gesetz gegeben werden, welches dargestellt ist durch (siehe S. 162)

$$dq = \Gamma ds \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \lambda \cos \varepsilon},$$

worin dq die Lichtmenge ist, welche ein unter dem Inzidenzwinkel i getroffenes Flächenelement ds unter dem Emanationswinkel ε wieder ausstrahlt. In Abb. 10 sei E die Erde, S die Sonne, und der beleuchtete Planet sei durch den Kreis dargestellt. α ist der Phasenwinkel, die Bedeutung von R, r und Δ ist aus der Figur ersichtlich. Es ist

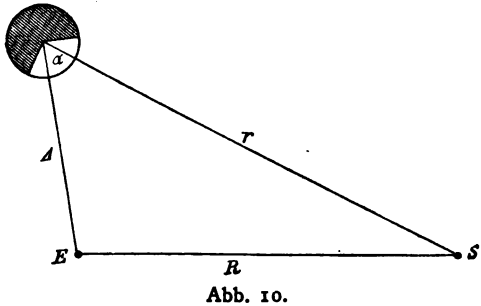


Abb. 10.

$$\cos \alpha = \frac{\Delta^2 + r^2 - R^2}{2 r \Delta}$$

oder für kleinere α bequemer

$$\sin \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(R + \Delta - r)(R + r - \Delta)}{r \Delta}}.$$

Man denke sich nun durch den Mittelpunkt des Planeten senkrecht zur Linie Δ eine Ebene gelegt, welche in Abb. 11 dargestellt ist. Der Bogen größten Kreises zwischen E und S ist dann gleich α. Die über dem Kreis befindliche Halbkugel sei durch unendlich nahe liegende Meridiane und Parallelkreise in Flächenelemente ds geteilt, und der durch ds gehende Meridian schneide den durch E und S gelegten größten Kreis in F. Unter der erlaubten Annahme, daß die von der Sonne kommenden Strahlen unter sich parallel sind, ist dann der Bogen zwischen ds und S der Inzidenzwinkel i und derjenige

[1]) G. Müller, Die Photometrie der Gestirne. Leipzig 1897.

zwischen ds und E der Emanationswinkel ε. Bezeichnet man den Breitenwinkel von ds mit ψ und seine Länge in dem durch E und S gelegten größten Kreise, von E beginnend, mit ω, so ist

$$\cos i = \cos\psi \cos(\omega - \alpha) ,$$
$$\cos\varepsilon = \cos\psi \cos\omega .$$

Bezeichnet man weiter den Halbmesser des Planeten mit ϱ, so wird der Flächeninhalt von ds zu $\varrho^2 \cos\psi \, d\omega \, d\psi$.

Diese Werte sind nun in die Beleuchtungsformel einzusetzen, und um die gesamte Lichtmenge zu erhalten, ist über

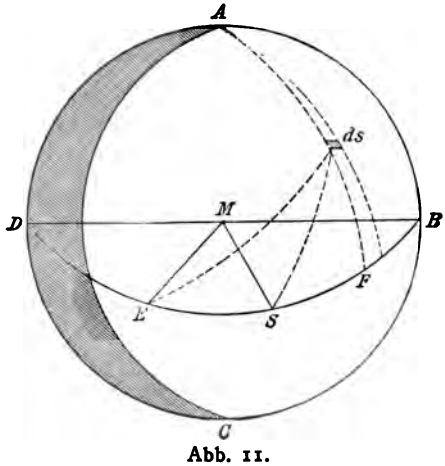


Abb. 11.

den von der Erde aus sichtbaren Teil der von der Sonne beleuchteten Kugel zu integrieren. Die Integrationsgrenzen sind in bezug auf ψ $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, in bezug auf ω $-\frac{\pi}{2}+\alpha$ und $+\frac{\pi}{2}$.

Es ist somit

$$q = \Gamma\varrho^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\psi \, d\psi \int_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\omega \cos(\omega - \alpha)}{\cos(\omega - \alpha) + \lambda \cos\omega} \, d\omega .$$

Das erste der beiden Integrale ist $= \frac{\pi}{2}$; zur Auflösung des zweiten führt Seeliger statt λ und α zwei Größen m und μ ein:

$$\sin\alpha = m \sin\mu ,$$
$$\lambda + \cos\alpha = m \cos\mu .$$

Setzt man weiter $\omega - \mu = y$, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$q = \frac{\Gamma \varrho^2 \pi}{2m} \int_{\alpha - \frac{\pi}{2} - \mu}^{\frac{\pi}{2} - \mu} \frac{\sin\mu \sin(\mu - \alpha)}{\cos y} dy + \frac{\Gamma \varrho^2 \pi}{2m} \int_{\alpha - \frac{\pi}{2} - \mu}^{\frac{\pi}{2} - \mu} \cos(y + 2\mu - \alpha)\, dy .$$

Die Integration ergibt als allgemeinen Ausdruck:

$$q = \frac{\Gamma \varrho^2 \pi}{2} \left\{ \frac{2 \cos\frac{\alpha}{2} \cos\left(\mu - \frac{\alpha}{2}\right)}{m} + \frac{\sin\mu \sin(\mu - \alpha)}{m} \log\left[\operatorname{ctg} \frac{\alpha - \mu}{2} \operatorname{ctg} \frac{\mu}{2} \right] \right\} .$$

Der einfachste Fall ist durch die volle Beleuchtung gegeben in der Opposition, wo $\alpha = 0$, also $\mu = 0$ und $m = 1 + \lambda$ ist; es ist alsdann

$$q = \frac{\Gamma \varrho^2 \pi}{1 + \lambda} .$$

Setzt man nun noch $\lambda = 1$, d. h. nimmt man an, daß die Absorptionskoeffizienten für die in die Oberfläche eindringenden und aus derselben austretenden Strahlen die gleichen sind, so erhält man den sehr einfachen Ausdruck

$$q_0 = \frac{\Gamma \varrho^2 \pi}{2} .$$

Unter derselben Annahme, aber für merklichen Phasenwinkel, ergibt sich

$$q = q_0 \left\{ 1 - \sin\frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \lg \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \right\} .$$

Helligkeit eines beliebigen Flächenelements einer beleuchteten Kugel[1]).

Bezeichnet man mit $d\varphi$ das Flächenelement der schein-

[1]) Anding, Astr. Nachr. 129.

baren Planetenscheibe, so lautet nach dem Lommel-Seeligerschen Gesetz die Grundgleichung

$$dq = \Gamma \frac{\cos i}{\cos i + \cos \varepsilon} d\varphi ,$$

wobei wieder $\lambda = 1$ gesetzt ist.

Führt man ein

$$\cos i = \cos\psi \cos(\omega - \alpha) ,$$
$$\cos \varepsilon = \cos\psi \cos\omega ,$$

so wird bis auf einen konstanten Faktor

$$dq = [\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\alpha \operatorname{tg}(\omega + \tfrac{1}{2}\alpha)]\, d\varphi .$$

Der Winkel ψ kommt hierin nicht mehr vor, die Kurven gleicher Lichtstärke sind also Halbellipsen, welche die Verbindungslinie der Pole als große Achse haben. Ist nun beispielsweise α klein, wie bei Jupiter, so ist der Ausdruck im allgemeinen nahe konstant $= \frac{1}{2}$; in der Nähe des der Sonne zugekehrten Randes nimmt er jedoch schnell zu, um im Rande selbst, für $\omega = 90°$, zu 1 zu werden. Nach dem anderen Rande hin findet zunächst langsame, nachher schnelle Abnahme bis Null statt; der erstere Rand erscheint also scharf begrenzt, der andere verwaschen.

Die scheinbare Helligkeit von Aggregaten kleiner Körperchen.

Einzelne kosmische Objekte, wie z. B. die Saturnringe und das Zodiakallicht, bestehen sehr wahrscheinlich aus kleinen diskreten Teilchen, und es ist daher von Interesse, das Verhalten derselben bei Beleuchtung theoretisch festzulegen. Das ist in sehr umfangreicher Weise von Seeliger[1]) geschehen, aus dessen Untersuchungen hier einige Betrachtungen entnommen werden sollen.

Es soll zunächst vorausgesetzt werden, daß die Teilchen alle gleich groß und kugelförmig sind, und daß ihre gegenseitige Entfernung groß ist im Vergleich zu ihrem Durchmesser. Wenn ein solches Aggregat von der punktförmig gedachten Sonne beleuchtet wird, so wird jedes Teilchen andere

[1]) Abh. d. K. Bayer. Akad. d. Wiss. 18.

teilweise beschatten und von anderen davor liegenden teilweise bedeckt werden. Die beschatteten Teile sind im allgemeinen von den verdeckten verschieden, und nur genau in der Opposition sind beide vollkommen identisch. In der Nähe der Opposition muß also eine Zunahme der scheinbaren Helligkeit stattfinden, und die Aufgabe besteht darin, die Größe dieser Zunahme zu berechnen. Beschränkt man die Aufgabe hierauf, rechnet also nur für die gleiche Phase der Beleuchtung, so fällt dieselbe aus dem Problem heraus und damit auch das elementare Beleuchtungsgesetz, d. h. unsere jetzige Unkenntnis und Unsicherheit in dieser Beziehung ist ohne Belang für das Resultat.

Bezeichnet man den Radius der kleinen Kugel mit ϱ, mit $f(\alpha)$ die Abhängigkeit vom Phasenwinkel — die also vom Beleuchtungsgesetz abhängt — mit Γ eine von der Albedo abhängige Konstante, so ist die dem Beobachter von der Kugel zugesandte Lichtmenge

$$q' = \Gamma f(\alpha)\, \varrho^2 ,$$

wenn die Kugel isoliert wäre. In dem Aggregat ist sie aber wegen der Beschattungen und Bedeckungen kleiner, nämlich

$$q = q' w ,$$

wobei w die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß bei der gegebenen Massenverteilung ein unendlich kleiner Raum weder beschattet noch verdeckt wird. Stehen die Kugeln nicht allzu dicht beisammen, so läßt sich diese Wahrscheinlichkeit folgendermaßen berechnen.

Man nenne D die Anzahl der Kugeln, welche in der Raumeinheit enthalten sind, und V den Kubikinhalt eines ganz innerhalb der Massenverteilung liegenden Raumes, der begrenzt wird von zwei Kreiszylindern vom Radius ϱ, deren Achsen von der betrachteten kleinen Kugel aus nach der Lichtquelle resp. nach dem Beobachter gerichtet sind. Denkt man sich die Volumeneinheit dieses Raumes mit der Masse D belegt und berechnet seine Masse: $\int D\, dv$, wo dv ein Volumenelement bedeutet, so ist

$$w = e^{-\int D\, dv} .$$

D ist im allgemeinen eine Funktion des Orts. Man wird sich also bei gegebener Begrenzung des staubförmigen Körpers $\int D\,dv$ dargestellt denken können als Funktion der Richtungen nach der Lichtquelle und nach dem Beobachter und des Stückes der in der letzten Richtung gelegenen Geraden, welches zwischen der betrachteten kleinen Kugel und der Begrenzung des Körpers liegt. Ist dx ein Element dieser Strecke, so wird ein kleines Volumenelement, welches jedoch als sehr groß gegenüber der kleinen Kugel zu betrachten ist, von einer Anzahl Kugeln erfüllt sein, welche gegeben ist durch

$$D\,dx\,d\sigma,$$

wo $d\sigma$ das scheinbare Flächenelement angibt.

Die Lichtmenge aller Kugeln, welche innerhalb des Körpers liegen und zu der scheinbaren Helligkeit von $d\sigma$ beitragen, ist demnach

$$q'\,d\sigma \int_0^X D\,e^{-\int D\,dv}\,dx,$$

worin X die Länge der angegebenen Geraden bedeutet.

Die Flächenhelligkeit J des Elements $d\sigma$ ist demnach

$$J = \Gamma f(\alpha)\,\varrho^2 \int_0^X D\,e^{-\int D\,dv}\,dx.$$

Die Berechnung des Ausdrucks ist nur möglich, wenn D bekannt ist; die einfachste und wohl für alle Fälle ausreichende Annahme ist bei homogener Massenverteilung gegeben. Ist R der Inhalt des ganzen Körpers aus N Kugeln, so ist dann

$$D = \frac{N}{R}$$

und

$$J = \Gamma f(\alpha)\,\frac{N}{R}\,\varrho^2 \int_0^X e^{-\frac{N}{R}V}\,dx.$$

V hängt nun vom Phasenwinkel ab, so daß die allgemeine Entwicklung etwas kompliziert wird, und nur in zwei Fällen wird der Ausdruck einfach, nämlich für nicht kleines α und für $\alpha = 0$.

Im ersteren Falle ist $V = \varrho^2 \pi (x + x_1)$, wo x_1 die Strecke der Geraden nach der Sonne innerhalb des staubförmigen Körpers bedeutet. x_1 ist dann als Funktion von x auszudrücken; die Integration ist bei bekannter Form des staubförmigen Körpers stets ausführbar.

Im zweiten Falle, $\alpha = 0$, ist

$$V = \varrho^2 \pi x$$

und

$$J_0 = \frac{\Gamma f(0)}{\pi} \left(1 - e^{-\frac{N}{R} \varrho^2 \pi x}\right).$$

Ginge man aber von dem zuerst betrachteten Falle aus, und nähme man darauf keine Rücksicht, daß die beiden das V bildenden Zylinder einen gemeinschaftlichen Raum haben, so hätte man für $\alpha = 0$

$$V = 2 \varrho^2 \pi x$$

und

$$J_1 = \frac{\Gamma f(0)}{2\pi} \left(1 - e^{-\frac{N}{R} 2 \varrho^2 \pi x}\right).$$

Die beiden Ausdrücke sind stark voneinander verschieden, und folglich kann unter Umständen bei sehr geringer Abnahme von α eine sehr bedeutende Zunahme der Helligkeit entstehen, was durch die gewöhnlichen Formeln für zerstreut reflektierende Substanzen nicht zu erklären ist.

Diese Zunahme kann gemessen werden durch

$$\frac{J_0}{J_1} = 2 \frac{1 - e^{-\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}},$$

wenn der Kürze halber $\lambda = \frac{N}{R} \varrho^2 \pi X$ gesetzt ist.

Das Maximum dieses Einflusses tritt ein, wenn λ sehr groß ist, der staubförmige Körper also fast undurchsichtig ist. Dann wird

$$\frac{J_0}{J_1} = 2,$$

oder die Helligkeit steigt auf das Doppelte, wenn α von kleinen Werten bis 0 abnimmt. Bei sehr kleinem λ wird aber die Zunahme verschwindend gering.

Die weiteren theoretischen Untersuchungen Seeligers sind speziell auf die Saturnringe bezogen und gehören daher nicht in den Rahmen dieses Buches; sie haben aber zu sehr bemerkenswerten Ergebnissen geführt, die im vollständigen Einklang mit den Beobachtungen stehen.

Von der größten Wichtigkeit bei der photometrischen Untersuchung staubförmiger kosmischer Gebilde ist, wie schon kurz bemerkt, daß bei ihnen die allgemeinen Resultate unabhängig von dem Beleuchtungsgesetz sind, und also nicht durch unsere mangelhafte Kenntnis über dasselbe eingeschränkt werden.

Die photographische Photometrie.

Über die Verwendung photographischer Methoden in der Photometrie genügen hier einige kurze Bemerkungen.

Der Umweg, die Helligkeiten zweier Objekte nicht direkt mit dem Auge, sondern nach erfolgter Aufnahme nachträglich auf der Platte zu vergleichen, bietet, sofern Flächenabbildungen in Frage kommen, prinzipiell gegenüber der direkten Vergleichung keinen Vorteil, da es sich in letzter Instanz immer wieder darum handelt, mit dem Auge die Gleichheit der Transparenz, also Gleichheit der Helligkeiten, zu beurteilen, wobei immer wieder dieselbe physiologische Genauigkeitsgrenze gegeben ist. Auch wenn die Vergleichung unter dem Mikroskop erfolgt, wobei weniger die Transparenz als die Dichtigkeit des Silberkorns verglichen wird, so entspricht auch dies nur gewissen Methoden in der optischen Photometrie, wie z. B. bei dem Ritchieschen Photometer. Trotzdem kann dieser photometrische Umweg in der Praxis große Vorzüge besitzen, z. B. wenn es sich um so schwache Objekte handelt, daß deren Helligkeit nicht mehr für direktes Sehen ausreicht. Besonders tritt dieser Vorzug in der Astronomie hervor, wo auch der weitere Umstand günstig hinzukommt, daß am Tage, in der Ruhe und in bequemer Körperhaltung die Messungen exakter ausfallen, als am Fernrohr, wo diese günstigen Umstände meist nicht vorhanden sind.

Bei der Anwendung der Photographie auf die Helligkeitsmessung punktförmiger Objekte, also speziell von Sternauf-

nahmen, ist aber zwischen der direkten und der photographischen Methode ein ganz prinzipieller Unterschied hervorzuheben. Hier findet bei größerer Helligkeit eine Zunahme des Durchmessers der auf der Platte entstehenden Sternscheibchen statt; die eigentlichen Messungen haben also mit den optisch photometrischen Prinzipien gar nichts zu tun, sondern sind Messungen linearer Distanzen. Die photometrisch physiologische Grenze spielt demnach in betreff der Genauigkeit keine Rolle mehr, es ist also prinzipiell möglich, hierbei einen größeren Genauigkeitsgrad zu erreichen; daß dies bis jetzt noch nicht gelungen ist, liegt nur an den praktischen Schwierigkeiten, die an und für sich nicht unüberwindlich sein dürften.

In theoretischer Beziehung ist hier nicht viel zu erreichen, da die Funktion, welche die Durchmesserzunahme der Sternscheibchen mit der Helligkeit verbindet, von verschiedenen Umständen, besonders von der Beschaffenheit der Objektive abhängt und für die verschiedenen Objektive verschieden ist. Bis jetzt kann man nur für jedes Objektiv eine Interpolationsformel aufstellen, die je nach der Zahl ihrer Konstanten für ein mehr oder weniger großes Helligkeitsintervall ausreicht.

Namen- und Sachregister.

A

Absoluter Nullpunkt 5.
Absorption 7.
— allgemeine 167.
— selektive 166.
Absorptionsvermögen 7, 28, 45, 155.
Äther 55.
Ätherwirbel 55.
Aggregat kleiner Körper 177, 180.
Albedo 162, 165.
Allgemeine Absorption 167.
Allotrope Modifikationen 50.
Aluminium 123.
Amplitude der Lichtschwingungen 137.
Anding 176.
Anomale Dispersion 88, 93.
Antimon 128.
Argon 115.
Arsen 127.
Atmosphäre, Brechungskoeffizient d. 168.
Atome 54.
Atomgewicht 94, 96.
Atomgewicht und Zahl der Linien 103.
Atomion 60.
Atomvolumen 97, 100, 102.

B

Balmer 107.
Balmersche Formel 107, 114.
Bänderspektra 50, 64, 112, 125, 133.
Barium 121.
Basen und Säuren 100.
Beleuchtung 142.
Beleuchtungsaufgaben 144.
Beryllium 119.
Beschaffenheit der Objektive 182.
Bessel 77.
Beugung 144.
Blau des Himmels 167.
Blei 126.
Blendung 140.
Boltzmann 39.
Bor 123.
Bouguer 152.
Brechungsexponent der Atmosphäre 168.
Brom 131.

C

Caesium 118.
Cerium 125.
Charakteristik der Elemente 94.
Chemiluminescenz 51.
Chemische Elemente 55.
— — Genesis der 57.
Chemisch wirksame Strahlung 4.
Chlor 131.
Chrom 128.
Cobalt 132.
Cyan 125.

D

Dämpfung 32.
Dehnbarkeit 97.
Deslandres 134.
Diamant 125.
Diathermane Körper 9.
Dichtigkeit des Silberkorns 181.
Diffraktion an den Molekülen 167.
Diffuse Reflexion 162.
Diffusionsvermögen 155.
Dispersion, anomale 88.
D-Linie 117.
D_3-Linie 115.
Doppelserien 135.
Doppler 66.

Dopplersches Prinzip 66, 79.
Draper 27.
Drude 57, 59, 93.
Duplets 110.

E

Ebert 93.
Edelgase 115.
Eder und Valenta 116.
Eigenschwingungen bei Gasen 37.
Eisen 131.
Elemente, chemische 55.
Elektron 54, 68.
Elektronentheorie 54, 68.
Elektronion 60, 63.
Elektrische Schwingungen 50.
Elektrisches Potential 56.
Elektrizitätsatome 54.
Elektroden 5.
Elektrodynamische Strahlen 4.
Elektrolumineszenz 51.
Elektromagnetische Strahlung 60.
Emanationswinkel 148.
Emissionsfunktion 32.
Emissionskurven 27, 31.
Emissionsmaxima 65.
Emissionsvermögen 5, 28.
Emissionsvermögen der Gase 31, 45.
Emissionsvorgang 33, 34.
Empfindung des Lichts 139.
Energie, potentielle 56.
— rotatorische 56.
— translatorische 56.
Energiefeld 56.
Energiezentrum 56.
Entfernungsgesetz 139.
Entropie 7.
Erbium 130.
Erhaltung der Elektrizität 54.
Erzwungene Schwingungen 83.
Euler 148.
Europium 132.
Exkursion, größte 137.
Exner und Haschek 103.
Extinktion 166.
Extinktionstheorien 168.

F

Farbenapparat des Auges 30.
Farben dünner Blättchen 11.
Fechner 140.
Fizeau 70.
Flächenhelligkeit 143.
Flächenmaß 143.
Fluor 131.
Fluorescenz 5, 52, 73, 75.
Frost 115.
Funkenstrahlung 45.

G

Gadolinium 132.
Galitzin 81.
Gallium 124.
Gasdruck 65.
Gasemissionstheorien 47.
Gasprismen 93.
Gedämpfte Schwingungen 73.
Genesis der chemischen Elemente 57, 59.
Germanium 126.
Gesamthelligkeit 143.
Gesamtstrahlung 27.
Geschwindigkeit der Abkühlung 6.
Gesetzmäßigkeit (Zahl der Linien) 94.
Gleichheit der Helligkeit 141.
Glühbeginn 28.
Glühtemperatur 48, 54.
Gold 119.
Goldhammer 93.
Graphit 125.
Graues Licht 29.
Größenskala der Sterne 141.
Grundton 31.

H

Hale 88.
Hauptsatz, 2., der Mech. Wärmetheorie 6.
Hauptserien 109.
Helium 115.
Helligkeit, objektive 142.
— scheinbare 142.
Helligkeitsgleichheit 141.
Helmholtz 16, 88, 93.
Himmelsblau 167, 170.
Holmium 128.

J

Jaumann 73.
Jod 131.

I

Incidenzwinkel 145.
Indium 124.
Innere Reibung 33.
Insolation des Bodens 173.
Intensität des Lichts 4, 137, 138, 142.
Interferenz 144.
Intramolekulare Energie 53.
Ionen 55, 68.
Ionenstoß 58.
Ionenstrahl 63.
Ionenstrahlung 61.
Iridium 133.

K

Kadmium 122.
Kalium 117.
Kalzium 120.
Kanalstrahlen 63.
Kanneliertes Spektrum 133.
Kayser 47.
Kayser und Runge 109, 127.
Kelvin 171.
Ketteler 77.
Kinetische Energie 51.
King 97.
Kirchhoff 7, 32, 36.
Kirchhoffsche Funktion 13, 36, 38, 42.
Kirchhoffscher Satz 8, 32, 34, 53.
Kohlensäure 125, 166.
Kohlensäureemission 46.
Kohlenstoff 125.
Kohlenwasserstoffe 125.
v. Kries 30.
Krypton 116.
Kupfer 118.
Kurlbaum 25, 39.

L

Lambert 146, 162.
Lambertsches Gesetz 149, 162.
Langley 170.
Lanthan 124.
Laplace 168.
Leuchtbewegungen 51, 53.
Leuchtenergieinhalt 51.
Leuchterregung 32, 45, 50.
Leuchtflammen 44.
Leuchtkraft 142.
Lichtbrechung 3.
Lichtdispersion 3.
Lichtdichtigkeit 144.
Lichtdruck 39.
Lichtempfindung 139.
Lichtgeschwindigkeit 3.
Lichtstrahlung 4, 61.
Linienspektra 32, 64, 106.
Linienserien 107.
Linienverbreiterung 74.
Linienverschiebung 74.
Linienverteilung 106.
Lippich 79.
Lithium 116.
Lommel 73, 75, 148, 154, 159, 163.
Lommelsche Verbreiterungstheorie 73.
Lommel-Seeligersches Gesetz 174.
Lorentz 68, 84, 113.
Lorentzsche Theorie 112.
Lummer 25, 27, 29, 39.
Luminescenz 46, 51.
Luminescenztemperatur 51.
Luminescenztheorie 50.

M

Magnesium 119.
Magnetische Kraftlinien 87.
Magnetisches Feld 86.
Mangan 130.
Masse der Elektronen 55.
Maximalstrahlung 41.
Maxwellsche Lichttheorie 50.
Maxwellsches Verteilungsgesetz 80.
Mayer, L. 97.
Mendelejeff 97.
Mendelejeffsche Gruppen 114.
Metalle und Metalloide 99.
Mischspektrum 46.
Mittelpunktsflächen 151.
Molekulardiffraktion 167.
Molion 60, 63.
Molybdän 128.
Müller, G. 146.

N

Natrium 117.
Nebenserien 109.
Neodymium 128.

Neon 115.
Nickel 132.
Niobium 127.
Nullpunkt, absoluter 5.

O

Oberflächenbeschaffenheit 5.
Objektive, Beschaffenheit der 182.
Objektive Helligkeit 142.
— Intensität 142.
Optische Strahlung 27.
Ortszeit 68.
Osmium 133.
Ozon 129, 166, 167.

P

Palladium 132.
Partialbänder 133.
Partielle Glüherscheinungen 49.
Paschen 39.
Periodisches System der Elemente 97.
Pfaundler 79.
Phase 2.
Phase (eines Planeten) 173.
Phosphor 127.
Phosphorescenz 5.
Photographische Photometrie 181.
Photoluminescenz 51.
Photosphäre 44.
Planck 2, 5, 9, 20, 38, 39, 58, 59.
Plancksche Energiegleichung 38.
Platin 133.
Platinstrahlung 45.
Polarisation im magn. Feld 112.
Polarisiertes Licht 173.
Potential, elektrisches 56.
Potentielle Energie 56.
Praseodymium 127.
Pringsheim 20, 25, 39.
Psycho-Physisches Grundgesetz 140.
Purkinjesches Phänomen 29.

Q

Quecksilber 123.

R

Radioaktive Elemente 5, 60.
Radium 121.
Ramsay 115.
Rayleigh 167, 170, 173.
Reflexion an den Molekülen 168.
Reflexionen höherer Ordnung 158.
Reflexion, zerstreute 152.
Reflexionsgesetze 152.
Refraktionstheorie 168.
Reibung, innere 33.
Resonanz 34, 37.
Rhodium 132.
Röntgenstrahlung 63.
Rotatorische Energie 56.
Rotglut 27.
Rubidium 117.
Rudberg 108, 114.
Rudbergsche Formel 108.
Runge 107.
Runge und Precht 122.
Ruß 44.
Ruthenium 132.

S

Säuren und Basen 100.
Samarium 131.
Saturnringe 177.
Sauerstoff 129, 166.
Scandium 124.
Schallstrahlung 33.
Scharfe Linien 65.
Scheinbare Begrenzung 147.
Scheinbare Größe 143.
Scheinbare Helligkeit 142.
Schichtendicke bei Gasen 65.
Schmelzbarkeit 97, 100.
Schwarzer Körper 8, 24, 26.
Schwefel 129.
Schwingungsdauer 138.
Schwingungsdifferenz 110.
Schwingungsenergie 34.
Seeliger 152, 154, 161, 164, 168, 173, 177.
Sehgrube 30.
Selektive Absorption 166.
Selen 130.
Sellmeier 88.
Silber 119.
Silizium 126.
Spezifische Wärme 6.
Spezifisches Gewicht 97.
Spiegel, absolute 9.
Stäbchen der Netzhaut 30.

Stark 54, 133.
Staub 173.
Staubförmige Körper 177, 180.
Stefan 39.
Stefansches Gesetz 39, 43.
Sternaufnahmen 181.
Stickstoff 127, 166.
Strahl 2, 145.
Strahlung 1.
Strahlungskurve 42.
Strahlungsmaximum 38.
Strontium 121.
Stufenschätzungen 141.
Subjektive Lichtempfindung 140.

T

Tantal 127.
Tellur 130.
Temperatur bei Gasen 37, 48, 65.
Temperatur der Himmelskörper 43.
Temperaturgleichgewicht 7.
Temperaturstrahlung 8, 32, 47, 49, 61.
Thallium 124.
Thiele 134.
Thorium 125.
Thulium 131.
Titan 125.
Totalintensität 139.
Translatorische Bewegungen 51.
Translatorische Energie 56.
Transmissionskoeffizient 170.
Transparenz des Silberkorns 181.
Triplets 87, 110.

U

Ungedämpfte Atomschwingungen 76.
Universelle Funktion 36.
— Konstante 39.
Unteilbarkeit der Atome 57.
Uran 129.

V

Valenz 97, 99.
Vanadium 126.
Verbindungsgewicht 94, 96.
Verbreiterung der Linien 64, 70, 83.
Verbreiterungstheorie von Galitzin 81.
— von Lommel 73.
— von Zöllner 71.
Verschiebung der Linien 64.
Verschiebungsgesetz, Wiensches 41.
Verwaschenheit der Linien 65.
Verzögerung d. Lichtgeschwindigk. 3.
Vibrationsgeschwindigkeit 3.
Visionsradius 67.
Voigt 112, 113.

W

Wärmeleitung 6.
Wärmemenge 6.
Wärmestrahlung 4.
Wahre Größe 143.
Wasserdampf 166.
Wasserdampfkondensation 167.
Wasserstoff 114.
Wassertröpfchen 173.
Weber, H. F. 28.
Wellenfläche 2.
Wellenlänge 2, 4.
Wiedemann, E. 50.
Wien 39, 41.
Wiensches Verschiebungsgesetz 41, 43.
Wilsing 73, 75.
Winkelmaß 143.
Wirkung der Strahlung 4.
Wismut 128.
Wolfram 129.
Wüllner 47, 49.

X

Xenon 116.

Y

Ytterbium 124.
Yttrium 124.

Z

Zahl der Linien 94, 103.
Zapfen der Netzhaut 30.
Zeeman 84.
Zeemansches Phänomen 84, 112.
Zerstreute Reflexion 152.
Zerstreuung der Strahlung 9.
Zink 122.
Zinn 126.
Zirkonium 125.
Zodiakallicht 177.
Zöllner 71.
Zöllnersche Verbreiterungstheorie 71.
Zusammenstöße der Moleküle 48.
Zweiter Hauptsatz der Mech. Wärmetheorie 6.

UNIVERSITY OF CALIFORNIA

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY, BERKELEY

THIS BOOK IS DUE ON THE LAST DATE STAMPED BELOW

Books not returned on time are subject to a fine of 50c per volume after the third day overdue, increasing to $1.00 per volume after the sixth day. Books not in demand may be renewed if application is made before expiration of loan period.

SEP 12 1927

50m-8,'26

IN LEIPZIG

lten in der allge-
Naturforscher und
nit 50 Abb. und
M. 4.—.
ein bekannt, und so
ndern auch bei Lieb-

rkung von Prof.
al, Dr. N. Herz-
est, Prof. Dr. E.
(†), Dr. E. von
Dr. W. Schur (†),
herausgegeben
inde in 5 Teilen,

geb. M. 112.—.
uß gebracht worden,
chung wird es zu
ert, wird, wenn er
n. So mag denn nun
empfohlen werden.

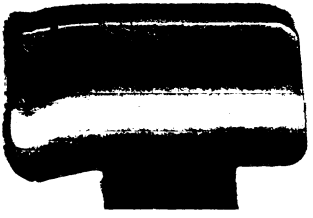
en mit 2 Er-
aphischen Orts-
ausgegeben von
ibe mit einem
eln und VIII,
appe M. 25.—.
der Feder ausge-
machen zufolge der
neren Eindruck als
n bräunlich gelbem

mel. 1. Serie.
bdruck. 1909.
parat M. 4.50.
rserie dargestellten
n verschiedensten

ler, der sich diese
Genuß empfinden; er wird auch ihrem Autor Dank dafür wissen, daß derselbe trotz seiner sehr beschränkten Zeit soviel Mühe auf die Zusammenstellung dieser vorzüglichen Bilder verwendet hat.

A. Berberich.

BEIBLÄTTER ZU DEN ANNALEN DER PHYSIK: Diese ausgezeichnete kleine Sammlung von Stereoskopbildern himmlischer Objekte gibt eine vortreffliche Vorstellung von der Möglichkeit der Anwendung der Stereoskopie in der Astronomie.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT: Der Leiter der Sternwarte vom Königsstuhl bietet hier eine Reihe seiner außerordentlich interessanten stereoskopischen Aufnahmen vom Sternenhimmel dar. Die vorzüglichen Reproduktionen geben ein anschauliches Bild der vielseitigen Verwendbarkeit stereoskopischer Hilfsmittel in der Behandlung astronomischer Probleme.

YC 11164